

جزوه دنباله و الگو:

دنباله حسابی:

قدر نسبت: d

a و $a + d$ و $a + 2d$ و ...

جمله عمومی: $a_n = a + (n - 1)d$

$$a_{n+1} - a_n = d$$

نکته: اگر a, b, c سه جمله متوالی یک دنباله حسابی باشند، آنگاه:

واسطه حسابی: b

$$b = \frac{a + c}{2}$$

مثال: اعداد $1 - 5p$ ، $4 + 3p$ و $3 + 2p$ سه جمله ی متوالی یک دنباله عددی هستند. قدر این دنباله

کدام است؟ (سراسری ریاضی ۸۴)

$$(5p - 1) + (2p + 3) + (3p + 4)$$

$$\rightarrow 7p + 2 = 6p + 8 \rightarrow p = 6 \rightarrow 29 \quad 22 \quad 15$$

$$\begin{array}{c} \text{↖} \quad \text{↗} \\ -7 \quad -7 \end{array}$$

INSTAGRAM : FARA_HOOSH99

WEB : FARAHOOSH99.IR

$$d = -7$$

رابطه بین جملات: اگر a_m و a_n دو جمله متمایز از یک دنباله حسابی باشند، آنگاه قدر نسبت از رابطه ی

زیر بدست می آید.

$$d = \frac{a_m - a_n}{m - n}$$

مجموع جملات دنباله حسابی:

$$S_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n)$$

$$S_n = \frac{n}{2}(2a_1 + (n-1)d)$$

$$a_n = S_n - S_{n-1}$$

مثال: در یک دنباله عددی، جمله n ام به صورت $a_n = \frac{3}{2}n - 5$ است مجموع ۱۵ جمله اول این دنباله کدام است؟ (سراسری تجربی ۸۹)

$$a_1 = \frac{3}{2} \times 1 - 5 = -\frac{7}{2}$$

$$a_{15} = \frac{3}{2} \times 15 - 5 = \frac{35}{2}$$

$$S_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n) = \frac{15}{2} \left(-\frac{7}{2} + \frac{35}{2} \right) = \frac{15}{2} \times 14 = 105$$

مثال: در یک دنباله عددی با جمله اول a_1 اگر مجموع ۲۰ جمله اول سه برابر مجموع دوازده جمله اول آن باشد و جمله سوم برابر ۶ باشد، جمله دهم آن کدام است؟ (سراسری ریاضی ۹۰)

گروه مشاوره فراهوش

$$S_{20} = 3S_{12} \rightarrow \frac{20}{2}(2a_1 + 19d) = 3 \times \frac{12}{2}(2a_1 + 11d)$$

$$\rightarrow 20a_1 + 190d = 36a_1 + 198d \rightarrow 8d = -16a_1 \rightarrow d = -2a_1$$

$$a_3 = a_1 + 2d = 6 \rightarrow a_1 + 2(-2a_1) = 6 \rightarrow -3a_1 = 6 \rightarrow a_1 = -2$$

مثال: در یک دنباله حسابی، مجموع ۵ جمله اول آن، $\frac{1}{3}$ مجموع پنج جمله بعدی است. جمله دوم چند برابر جمله اول است؟ (سراسری خارج ۹۱)

$$S_5 = \frac{1}{3}(S_{10} - S_5) \rightarrow 3S_5 = S_{10} - S_5$$

$$\rightarrow 4S_5 = S_{10} \rightarrow 4 \times \frac{5}{2}(a_1 + 4d) = \frac{10}{2}(a_1 + 9d)$$

$$\rightarrow 2a_1 + 8d = a_1 + 9d \rightarrow a_1 = d$$

$$\rightarrow \frac{a_2}{a_1} = \frac{a_1 + d}{d} = \frac{2d}{d} = 2$$

دنباله هندسی:

قدر نسبت: q

... و aq^2 و aq و a

$$\frac{a_{n+1}}{a_n} = q$$

جمله عمومی: $a_n = a_1 q^{n-1}$

واسطه هندسی: b

نکته: اگر سه جمله a ، b و c سه جمله متوالی یک دنباله هندسی باشند، آنگاه $b^2 = ac$

مثال: اعداد 2^a و $4\sqrt{2}$ و 2^b سه جمله متوالی یک دنباله هندسی باشند، واسطه عددی بین a و b

کدام است؟ (سراسری ریاضی ۸۷)

$$2^a \times 2^b = (4\sqrt{2})^2 = 32 \rightarrow 2^{a+b} = 32 = 2^5$$

$$a + b = 5$$

$$\text{واسطه حسابی } a \text{ و } b: \frac{a+b}{2} = \frac{5}{2} = 2.5$$

گروه مشاوره فراهوش
INSTAGRAM : FARA_HOOSH99

WEB : FARAHOOSH99.IR

رابطه بین جملات: اگر a_m و a_n دو جمله از یک دنباله هندسی باشند، آنگاه $\frac{a_m}{a_n} = q$

دنباله هندسی:

$$S = \frac{a(1 - q^n)}{1 - q} \quad q \neq 1$$

حد مجموع جمله های یک دنباله هندسی: اگر $|q| < 1$ ، مجموع همه جملات دنباله هندسی برابر است با:

$$S = \frac{a}{1 - q}$$

مثال: در یک دنباله هندسی، مجموع جملات اول و سوم برابر ۱ و مجموع چهار جمله اول آن ۳ می باشد. مجموع شش جمله اول کدام است؟ (سراسری ریاضی ۸۸)

$$a_1 + a_3 = 1 \rightarrow a_1 + a_1 q^2 = 1$$

$$S_4 = 3 \rightarrow \frac{a_1(1 - q^4)}{1 - q} = 3 \rightarrow \frac{q_1(1 - q^2)(1 + q^2)}{1 - q} = 3$$

$$a_1(1 + q^2) = 1$$

$$\frac{1 \times (1 + q)}{1} = 3 \rightarrow q = 2 \rightarrow a_1(1 + 4) = 1 \rightarrow a_1 = \frac{1}{5}$$

$$S = \frac{a_1(1 - q^6)}{1 - q} = \frac{\frac{1}{5}(1 - 64)}{1 - 2} = \frac{1}{5} \times 63 = 12\frac{3}{5}$$

مثال: به ازای یک مقدار x ، اعداد $x^2 - 2$ و $2x$ و $x^2 + 4$ به ترتیب سه جمله اول یک دنباله ی هندسی نزولی اند. مجموع هفت جمله اول این دنباله کدام است؟ (سراسری تجربی ۹۳)

$$(2x)^2 = (x^2 + 4)(x^2 - 2) \rightarrow 4x^2 - x^4 + 2x^2 - 8 = 0$$

$$(x^2 - 4)(x^2 + 2) = 0 \begin{cases} x^2 + 2 = 0 \rightarrow x^2 = -2 \\ x^2 - 4 = 0 \rightarrow x^2 = \pm 2 \end{cases}$$

$$x = 2 \rightarrow 2 \text{ و } 4 \text{ و } 8 \rightarrow \text{نزولی}$$

$$x = -2 \rightarrow 2 \text{ و } -4 \text{ و } 8 \rightarrow \text{غیریکنوا} \rightarrow q = \frac{1}{2} \quad a_1 = 8$$

$$S = \frac{a_1(1 - q^7)}{1 - q} = \frac{8 \left(1 - \left(\frac{1}{2}\right)^7\right)}{1 - \frac{1}{2}}$$

$$۱ - 2n = \text{جمله عمومی}$$

$$۴۳۶ = ۳۰ - ۴۶۵ + ۱$$

$$۹۲۹ = ۱ - ۲(۴۶۵) : \text{ جمله سی ام دسته سی ام}$$

$$۴۳۶ = ۱ - ۳۰ + ۴۶۵$$

$$۸۷۱ = ۱ - ۲(۴۳۶) : \text{ اولین جمله دسته سی ام}$$

$$۱۸۰۰ = ۸۷۱ + ۹۲۹$$

مثال: در یک دنباله اعداد، $a_n = 1$ و برای $n \geq 2$ داریم: $a_n = 2a_{n-1} + a$ جمله هشتم این دنباله کدام است؟

$$a_2 = 2a_1 + 1 = 3$$

$$a_3 = 2a_2 + 1 = 7$$

$$a_4 = 15$$

$$a_5 = 31$$

تمرین: مجموع n جمله اول از یک دنباله ی عددی به صورت $S_n = \frac{n(n-15)}{6}$ است. در این دنباله مجموع جملات با شروع از جمله هفتم و ختم به جمله هجدهم کدام است؟ (سراسری خارج ۹۰)

جواب آخر ۱۸

تمرین: در یک دنباله هندسی مجموع ۳ جمله اول ۱۳۶ و مجموع ۶ جمله اول آن ۱۵۳ است. جمله اول چند برابر جمله ی پنجم است؟ (سراسری ریاضی ۸۹)

جواب آخر ۱۶

گروه مشاوره فراهوش
 INSTAGRAM : FARA_HOOSH99
 WEB : FARAHOOSH99.IR

مثال: در دنباله حسابی ((... و ۲۳ و ۱۶ و ۹ و ۲)) و ((... و ۲۷ و ۲۲ و ۱۷ و ۱۲)) چند عدد سه رقمی کوچکتر از ۳۰۰ موجود است؟ (سراسری ریاضی ۸۹)

$$a_n = ۲ \text{ و } ۹ \text{ و } ۱۶ \text{ و } ۲۳ \text{ و } ۳۰$$

$$b_n = ۱۲ \text{ و } ۱۷ \text{ و } ۲۲ \text{ و } ۲۷ \text{ و } ۳۲}$$

$$c_n = ۳۷ + (n - 1) \times ۳۵$$

$$c_n = ۳۵x + ۲$$

9



10

11

شکل اول



12

۱ ردیف

شکل دوم



شکل نهم

13

14

۲ ردیف

شکل سوم

۹ ردیف

15

16

۳ ردیف

17

$$گ \quad ۹ + ۱۰ + \dots + ۱۷ = ۱$$

$$\frac{۹}{۱۲}(۹ + ۱۷) = ۱۱۷$$

مثال: مجموع تمام اعداد طبیعی دو رقمی مضرب ۷ کدام است؟ (ریاضی ۹۸)

۷۴۲ (۴)

۷۳۵ (۳)

۷۲۸ (۲)

۷۲۱ (۱)

گ ۲

۹۸ و ... و ۲۱ و ۱۴

$$جمله \quad ۱۳ = \frac{۹۸-۱۴}{۷} + ۱$$

$$مجموع جملات: \frac{۱۳}{۲}(۱۴ + ۹۸) = ۱۳ \times ۵۶ = ۷۲۸$$

مثال: با توجه به دنباله حسابی، مجموع $\frac{1}{۲ \times ۵} + \frac{1}{۵ \times ۸} + \frac{1}{۸ \times ۱۱} + \dots + \frac{1}{۱۷ \times ۲۰}$ کدام است؟

۰/۲۵ (۴)

۰/۲۴ (۳)

۰/۱۸ (۲)

۰/۱۵ (۱)

جمله عمومی :

$$\frac{۱}{(۳n-۱)(۳n+۲)} = \frac{A}{(۳n-۱)} + \frac{B}{(۳n+۲)}$$

$$= \frac{A(۳n+۲) + B(۳n-۱)}{(۳n-۱)(۳n+۲)} = \frac{۳n(A+B) + ۲A - B}{(۳n-۱)(۳n+۲)}$$

$$\left. \begin{array}{l} \rightarrow A + B = 0 \\ 2A - B = 1 \end{array} \right\} A = \frac{1}{3}$$

$$B = -\frac{1}{3}$$

$$a_n = \frac{1}{3} \left(\frac{1}{3n-1} - \frac{1}{3n+2} \right) \xrightarrow{\text{مجموع}} \frac{1}{3} \left[\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{5} \right) + \left(\frac{1}{5} - \frac{1}{7} \right) + \dots + \left(\frac{1}{17} - \frac{1}{20} \right) \right]$$

$$= \frac{1}{3} \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{20} \right) = \frac{1}{3} \times \frac{9}{20} = \frac{3}{20} = 0.15$$

مثال: در یک دنباله حسابی هندسی نزولی هر جمله آن نصف مجموع تمام جملات بعدی است، قدر نسبت آن کدام است؟

$$\frac{2}{4} \quad \frac{2}{3} \quad \frac{1}{2} \quad \frac{1}{3}$$

فرمول حد مجموع برای جملات بعد از جمله اول:

$$S = \frac{a_1}{1-q}$$

$$a_1 = \frac{1}{2} \frac{a_1}{1-q} \rightarrow a_1 = \frac{1}{2} \frac{a_1}{1-q}$$

$$\rightarrow q = 2 - 2q \rightarrow 3q = 2 \rightarrow q = \frac{2}{3}$$

گروه مشاوره فراروش
 INSTAGRAM : FARA_HOOSH99
 WEB : FARAHOOSH99.IR