

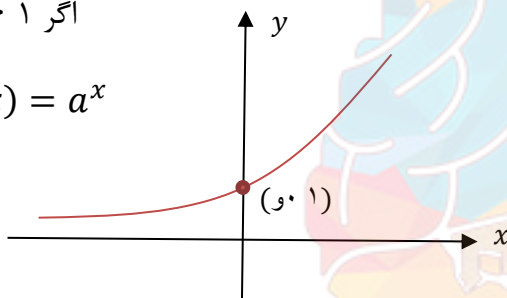
توابع نمایی و لگاریتمی:

تابع نمایی به پایه a به صورت $f(x) = a^x$ تعریف می شود که $a > 0$ و $a \neq 1$ و x یک عدد حقیقی است.

نمودار توابع نمایی: به نمودار تابع $y = a^x$ در جدول زیر توجه کنید.

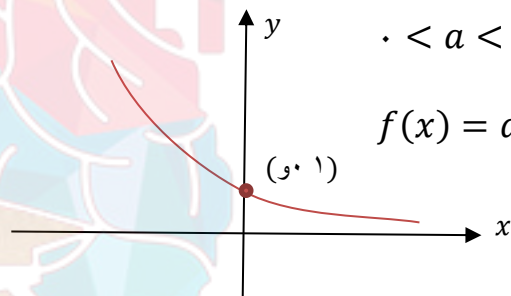
اگر $a > 1$

$$f(x) = a^x$$



اگر $0 < a < 1$

$$f(x) = a^x$$

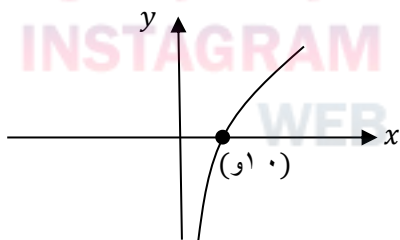


نمودار توابع لگاریتمی: به نمودار تابع $y = \log_a x$ در جدول زیر توجه کنید:

$$x = a^y$$

$$y = \log_a x ; a > 1$$

$$y = \log_a x ; 0 < a < 1$$



قوانین لگاریتم: ضرب تقسیم و توان

۱/ $\log_a (AB) = \log_a A + \log_a B$ قانون ضرب

۲/ $\log_a \left(\frac{A}{B}\right) = \log_a A - \log_a B$ قانون تقسیم

۳/ $\log_a A^n = n \log_a A$ قانون توانی

نکته: وقتی پایه لگاریتم نوشته نمی شود یعنی پایه آن ۱۰ است.

۴/ تعمیم قانون توانی $\log_a^m A^n = \frac{n}{m} \log_a A$

قوانین تغییر مبنا:

۵/ $\log_b a = \frac{\log_c a}{\log_c b}$ ۶/ $\log_b a = \frac{1}{\log_a b}$

۷/ $\log_b a \times \log_c b \times \log_d c = \log_d a$

۸/ $a > 1, a \neq 1 \Rightarrow a^{\log_a n} = n \rightarrow n > 0$ در که آن

مثال: اگر $\log 5 = 3k$ آنگاه $\log \sqrt[3]{1/6}$ کدام است؟ (سراسری تجربی خارجی-۹۰)

$$\log(1/6)^{\frac{1}{3}} = \frac{1}{3} \log \frac{16}{10} = \frac{1}{3} (\log 16 - \log 10) = \frac{1}{3} (\log 2^4 - 1) = \frac{1}{3} (4 \log 2 - 1)$$

$$\frac{4}{3} \log 2 - \frac{1}{3} = \frac{4}{3} (1 - 3k) - \frac{1}{3} = \frac{4}{3} - 4k - \frac{1}{3} = 1 - 4k$$

$$\log 2 = \log \frac{10}{5} = \log 10 - \log 5 = 1 - 3k$$

مثال: اگر $\log 2 = k$ باشد حاصل $\log(6 - 2\sqrt{5}) + 2 \log(1 + \sqrt{5})$ کدام است؟ (سراسری تجربی ۹۰)

$$\begin{aligned} \log(6 - 2\sqrt{5}) + \log(1 + \sqrt{5})^2 &= \log(6 - 2\sqrt{5}) + \log(1 + 5 + 2\sqrt{5}) \\ &= \log(6 - 2\sqrt{5})(6 + 2\sqrt{5}) = \log(36 - 20) = \log 16 = \log 2^4 \\ &= 4 \log 2 = 4k \end{aligned}$$

مثال: اگر $3^a = A$ باشد $\log_3 9A^2$ کدام است؟ (سراسری ریاضی - ۹۱)

$$\begin{aligned} 3^a = A &\xrightarrow{\log_3} \log_3 3^a = \log_3 A = a & \log_3 9A^2 &= \log_3 9 + \log_3 A^2 \\ & & &= 2 + 2 \log_3 A = 2 + 2a \end{aligned}$$

تمرین: اگر لگاریتم عدد $\sqrt[3]{0.25}$ در مبنای ۸ برابر A باشد، آنگاه لگاریتم عدد $(\frac{1}{A} - 1)$ در پایه ۴ کدام است؟ (سراسری ریاضی ۹۰)

گروه مشاوره فراهوش
 INSTAGRAM : FARA_HOOSH99
 WEB : FARAHOOSH99.IR

تمرین: نمودارهای دو تابع $f(x) = \log_{\frac{1}{2}} x$ و $g(x) = \log_{\frac{1}{2}} x$ نسبت به هم چگونه اند؟ (سراسری

تجربی خارج - ۹۱)

جواب آخر: نمودارها منطبق است.

تمرین: اگر $f(x) = \sqrt{3-x}$ و $g(x) = \log_2(x^2 + 2x)$ باشند. دامنه $f \circ g$ کدام است؟
 (سراسری تجربی ۹۴)

جواب آخر: $[-4 \text{ و } -2) \cup (0 \text{ و } 2]$

تمرین: از دو معادله دو مجهولی $\log y = 2 \log 3 + \log x$ و $2^{x-y} \times 4^{x+y} = 1$ مقدار y کدام است؟ (تجربی ۹۶)

$$4 \quad (4) \qquad 3 \quad (3) \qquad 2 \quad (2) \qquad 1 \quad (1)$$

مثال: از دو معادله $\ln(2y - 3m) + \ln 2 = \dots$ و $\ln(2n + 1) + \ln(y - 2) - \ln y = \dots$ مقدار xy کدام است؟ (سراسری تجربی - ۹۶)

$$10 \quad (4) \qquad 9 \quad (3) \qquad 8 \quad (2) \qquad 6 \quad (1)$$

$$\ln \frac{(2x+1)(y-2)}{y} = \ln 3 \rightarrow \frac{(2x+1)(y-2)}{y} = 3 \rightarrow 2xy - 4x + y - 2 = 3y$$

$$\rightarrow 2x \left(\frac{3}{2}x + \frac{1}{4} \right) - 4m - 2y - 2 = \dots$$

$$\ln 2(2y - 3x) = \dots \rightarrow 4y - 6x = 1 \rightarrow 4y = 6x + 1 \rightarrow y = \frac{3}{2}x + \frac{1}{4}$$

گروه مشاوره فراهوش
INSTAGRAM : FARA_HOOSH99

$$\rightarrow 3x^2 + \frac{x}{2} - 4x - 3x - \frac{1}{2} - 2 = \dots \rightarrow 3x^2 - \frac{13}{2}x - \frac{5}{2} = \dots \rightarrow 6x^2 - 13x - 5 = \dots$$

$$\Delta = 169 + 120 = 289 \quad x_1, x_2 = \frac{13 \pm 17}{12} \rightarrow \begin{cases} \frac{30}{12} = \frac{5}{2} \rightarrow y = \frac{15}{4} + \frac{1}{4} = 4 \rightarrow xy = 10 \\ -\frac{1}{3} \rightarrow y = -\frac{1}{2} + \frac{1}{4} = -\frac{1}{4} \rightarrow xy = \frac{1}{12} \end{cases}$$

گزینه ۴

مثال: اگر $3^{x^2-2} = 81^x$ باشد، $\log_6(x-2)$ کدام است؟ (سراسری خارج تجربی - ۹۸)

$$\frac{2}{3} (4)$$

$$\frac{1}{2} (3)$$

$$\frac{1}{2} (2)$$

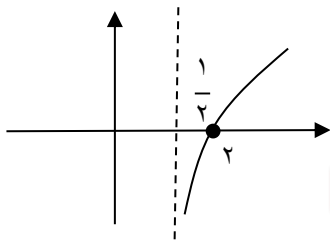
$$\frac{1}{2} (1)$$

$$3^{x^2-2} = (3^4)^x \rightarrow x^2 - 2 = 4x \rightarrow x^2 - 4x - 2 = 0$$

$$\Delta = 16 + 8 = 24 \rightarrow \frac{4 \pm \sqrt{24}}{2} \rightarrow \begin{matrix} 2 + \sqrt{6} & \checkmark \\ 2 - \sqrt{6} & \times \end{matrix}$$

دامنه \log : $x - 2 > 0 \rightarrow x > 2$

مثال: شکل نمودار تابع $y = -1 + \log_b(2x + a)$ باشد، این منحنی $y = 1$ را با کدام طول قطع می کند؟ (سراسری خارج تجربی-۹۸)



$$7 (4)$$

$$6 (3)$$

$$5 (2)$$

$$4 (1)$$

قرار دادن نقطه ی (۰ و ۲) در صورت سوال:

$$0 = -1 + \log_b 4 + a \rightarrow \log_b 4 + a = 1 \rightarrow a + 4 = b$$

دامنه لگاریتم $2x + a > 0$

$$x > -\frac{a}{2} \equiv x > \frac{1}{2} \Rightarrow -\frac{a}{2} = \frac{1}{2} \rightarrow \boxed{a = -1}$$

از روی شکل $\rightarrow \boxed{b = 3}$

$$1 = -1 + \log_3 2x - 1 \rightarrow 2 = \log_3 2x - 1 : y = 1 \text{ تقاطع با}$$

$$2x - 1 = 9 \rightarrow \boxed{x = 5} \quad \text{گزینه ۲}$$

مثال: اگر $\left(\frac{125}{8}\right)^{x^2} = \left(\frac{0}{4}\right)^{2x-1}$ باشد، $\log_8 9x + 1$ کدام است؟ (تجربی ۹۸)

$$\frac{3}{2} (4)$$

$$\frac{4}{3} (3)$$

$$\frac{3}{4} (2)$$

$$\frac{2}{3} (1)$$

$$\frac{125}{8} = \left(\frac{5}{2}\right)^3 = \left(\frac{2}{5}\right)^{-3} = \left(\frac{1}{4}\right)^{-3}$$

$$\rightarrow \left(\frac{1}{4}\right)^{2x-1} = \left(\frac{1}{4}\right)^{-3x^2} \rightarrow 2x-1 = -3x^2 \rightarrow 3x^2 + 2x - 1 = 0$$

$$a+c=b \rightarrow \begin{cases} x = -1 & \times \\ x = -\frac{c}{a} = \frac{1}{3} & \checkmark \end{cases} \quad \begin{cases} 9x+1 > 0 \\ x > -\frac{1}{9} \end{cases} \quad \text{دامنه تابع لگاریتم:}$$

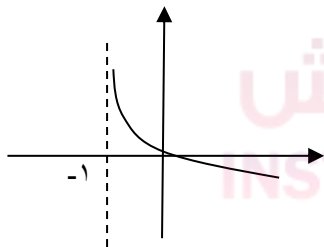
گزینه ۱

$$\log_8 9 \left(\frac{1}{3}\right) + 1 = \log_8 4 = \log_2 2 = \frac{2}{3} \log_2 2 = \frac{2}{3}$$

مثال: شکل روبه رو نمودار تابع $y = \log_2 u(x)$ است. $u(x)$ کدام است؟ (تجربی-۹۸)

$x+1$ (۱) $(x+1)^{-1}$ (۲) $x-1$ (۳) $1-x$ (۴)

هر یک از گزینه ها را در صورت سوال قرار داده و عدد گذاری می کنیم $\leftarrow x=3$



$$\log_2 \frac{1}{x+1} = \log_2 \frac{1}{4} = -2 \quad \text{گزینه ۲:}$$

جواب رو به رو با توجه به کل درست می باشد در حالی که بقیه گزینه ها جواب درستی بدست نمی دهند.

تمرین: تابع با ضابطه $f(x) = a + \log_2 u(x)$ از دو نقطه $(2, 6)$ و $(10, 12)$ میگذرد. a

کدام است؟ (ریاضی ۹۶)

۶ (۴)

۵ (۳)

۴ (۲)

۳ (۱)

تمرین: از رابطه ی $\log(x + 2) + \log(2x - 1) = \log(4x + 1)$ ، مقدار لگاریتم $(2x + 5)$ در پایه 4 کدام است؟ (ریاضی ۹۷)

۱/۵ (۴)

۱/۲۵ (۳)

۰/۷۵ (۲)

۰/۵ (۱)



گروه مشاوره فراهوش
INSTAGRAM : FARA_HOOSH99
WEB : FARAHOOSH99.IR