

❖ معادله و نامعادله:

- معادله درجه ی اول : $y = ax + b$

x	$-\infty$	$-\frac{b}{a}$	$+\infty$
$y = ax + b$	مخالف علامت a		موافق علامت a

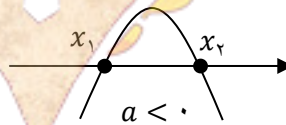
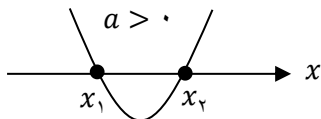
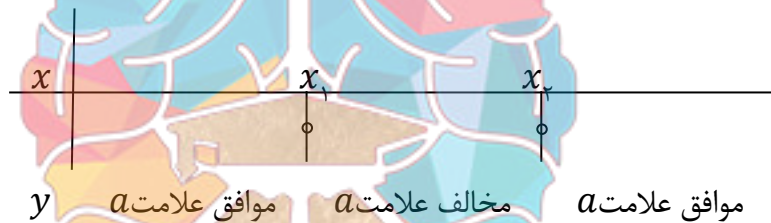
- برای حل یک نامعادله درجه اول، اعداد را در یک طرف و مجهول هارا در طرف دیگر نامساوی قرار می دهیم و سپس حدود تغییرات را با عملیات جبری می یابیم.

- معادله درجه دوم: $y = ax^2 + bx + c$

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

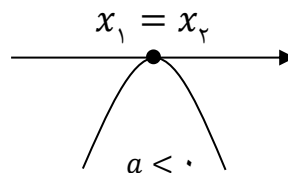
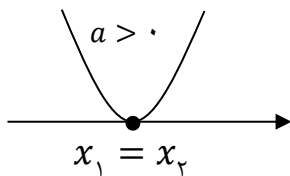
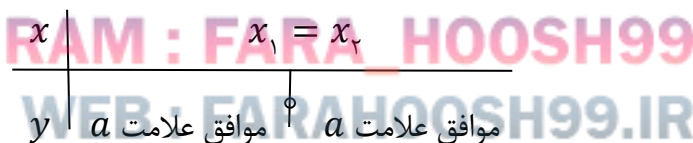
۱) $\Delta > 0$

دو ریشه دارد



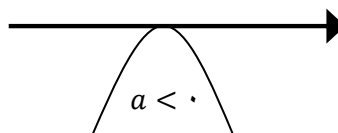
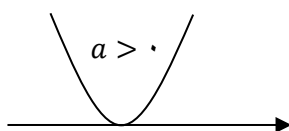
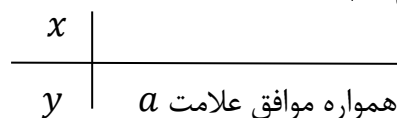
۲) $\Delta = 0$

یک ریشه مضاعف دارد



۳) $\Delta < 0$

ریشه ندارد



گروه مشاوره فراهوش
 INSTAGRAM : FARA_HOOSH99
 WEB : FARAHOOSH99.IR

چند جمله ای بالاتر از درجه ۲: ریشه ها را از کوچک به بزرگ در جدول تعیین علامت قرار می دهیم و به ازای ریشه های با تعداد فرد علامت را تغییر می دهیم ولی برای ریشه های با تعداد زوج علامت تغییر نمی کند، همچنین برای ریشه های درون قدرمطلق هم علامت را تغییر نمی دهیم.

مثال: نامعادله $(x-7)^9 (x-3)^6 (1-x) < 0$ را حل کنید.

x	$-\infty$	1	3	7	$+\infty$
$p(x)$	$-$	$+$	$+$	$-$	$-$
		ج			ج

$x = 1$

$x = 3 \rightarrow$ تغییر علامت نداریم

$x = 7$

$\rightarrow (x < 1) \cup (x > 7) \rightarrow (-\infty \text{ و } 1) \cup (7 \text{ و } +\infty)$

- مجموع ریشه ها در معادله درجه ۲: $s = -\frac{b}{a}$

- ضرب ریشه ها در معادله درجه ۲: $p = \frac{c}{a}$

- نوشتن معادله با داشتن جمع و ضرب ریشه ها: $x^2 - sx + p = 0$

انواع سوالات در این مبحث:

۱- معادله دو ریشه حقیقی داشته باشد $\Delta > 0$

۲- معادله ریشه مضاعف داشته باشد $\Delta = 0$

۳- معادله ریشه نداشته باشد $\Delta < 0$

۴- معادله ۲ ریشه مثبت داشته باشد $\left\{ \begin{array}{l} \Delta > 0 \\ -\frac{b}{a} > 0 \\ \frac{c}{a} > 0 \end{array} \right.$

گروه مشاوره فراهوش
 INSTAGRAM : FARA_HOOSH99
 WEB : FARAHOOSH99.IR

$$5- \text{معادله } 2 \text{ ریشه منفی داشته باشد} \left\{ \begin{array}{l} \Delta > 0 \\ -\frac{b}{a} < 0 \\ \frac{c}{a} > 0 \end{array} \right. \leftarrow$$

$$6- \text{معادله یک ریشه مثبت و یک ریشه منفی داشته باشد} \left\{ \begin{array}{l} \Delta > 0 \\ \frac{c}{a} < 0 \end{array} \right. \leftarrow$$

$$7- \text{نمودار سهمی همواره بالای محور } x \text{ ها باشد، یا عبارت به ازای هر مقدار } x \text{ مثبت باشد} \left\{ \begin{array}{l} \Delta < 0 \\ a > 0 \end{array} \right.$$

$$8- \text{نمودار سهمی همواره پایین محور } x \text{ ها باشد، یا عبارت به ازای هر مقدار } x \text{ منفی باشد} \left\{ \begin{array}{l} \Delta < 0 \\ a < 0 \end{array} \right.$$

مثال: به ازای کدام مقادیر m ، عبارت $(m-1)x^2 + 6x + 2m + 1$ ، برای هر مقدار دلخواه x مثبت است؟ (سراسری ریاضی خارج - ۹۰)

$$\Delta > 0 \quad a > 0 \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} 6^2 - 4(2m+1)(m-1) < 0 \rightarrow 8m^2 - 4m - 40 > 0 \\ \rightarrow 2m^2 - m - 10 > 0 \rightarrow (m+2)(2m-5) > 0 \end{array} \right.$$

+	-	+
ج	ج	ج

$m-1 > 0 \rightarrow m > 1$

گروه مشاوره فراهوش

INSTAGRAM: FARA_HOOSH99

WEB: FARAHOOSH99.IR

$$\left. \begin{array}{l} (x < -2) \cup (x > \frac{5}{2}) \\ x > 1 \end{array} \right\} \Rightarrow m > \frac{5}{2}$$

مثال: اگر عبارت $(a-1)x^2 + (a-1)x + 1$ به ازای هر مقدار x منفی باشد، a به کدام مجموعه تعلق دارد؟ (سراسری ریاضی - ۹۱)

$$a < 0 \rightarrow a - 1 < 0 \rightarrow a < 1 \quad \textcircled{1}$$

1	5
-	+
ج	ج

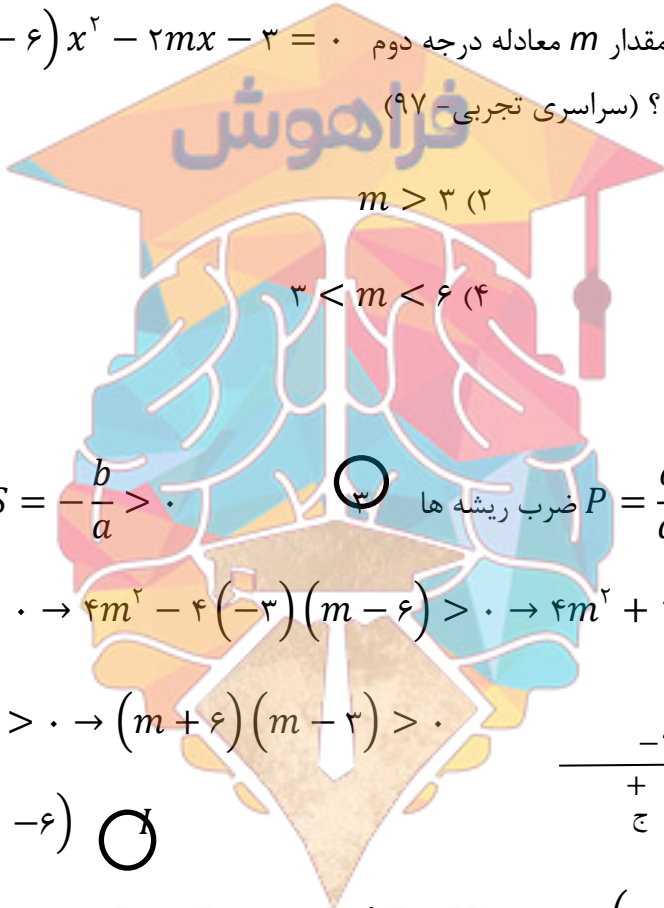
2

$$\Delta < 0 \rightarrow (a-1)^2 - 4(a-1) < 0 \rightarrow (a-1)(a-5) < 0$$

$$1 < a < 5$$

$$1 \cap 2 \rightarrow \emptyset$$

مثال: به ازای کدام مقدار m معادله درجه دوم $(m-6)x^2 - 2mx - 3 = 0$ دارای دو ریشه حقیقی نامنفی است؟ (سراسری تجربی - ۹۷)



$$m < -6 \quad (1)$$

$$m > 3 \quad (2)$$

$$3 < m < 6 \quad (4)$$

$$0 < m < 3 \quad (3)$$

$\Delta > 0$

$S = -\frac{b}{a} > 0$ مجموع ریشه ها $P = \frac{c}{a} > 0$ ضرب ریشه ها

$$1 \quad b^2 - 4ac > 0 \rightarrow 4m^2 - 4(-3)(m-6) > 0 \rightarrow 4m^2 + 12m - 72 > 0$$

$\rightarrow m^2 + 3m - 18 > 0 \rightarrow (m+6)(m-3) > 0$

$$\begin{array}{c|c|c} -6 & & 3 \\ \hline + & - & + \\ \hline \text{ع} & & \text{ع} \end{array}$$

$(m > 3) \cup (m < -6)$

$-\frac{b}{a} = \frac{2m}{m-6} > 0$ $(m < 0) \cup$

$(m > 6)$ II $\begin{array}{c|c|c} & & 6 \\ \hline + & - & + \\ \hline \text{ع} & & \text{ع} \end{array}$

INSTAGRAM : FARA_HOOSH99
WEB : FARAHOOSH99.IR

$\frac{c}{a} > 0 \Rightarrow \frac{-3}{m-6} > 0$

$$\begin{array}{c|c} & 6 \\ \hline + & - \\ \hline \text{ع} & \end{array}$$

$m < 6$

III

I \cap II \cap III $\rightarrow m < -6$

مثال: به ازای کدام مقدار m معادله درجه دوم $(2m - 1)x^2 + 6m + m - 2 = 0$ دارای دو ریشه حقیقی متمایز است؟ (ریاضی ۹۸)

$$-2 < m < 3/5 \quad (2) \qquad -2 < m < 2/5 \quad (1)$$

$$-1 < m < 2/5 \quad (4) \qquad -1 < m < 3/5 \quad (3)$$

$$\Delta > 0 \rightarrow b^2 - 4ac > 0 \rightarrow 36 - 4 \frac{(2m-1)(m-2)}{(8m-4)} > 0$$

$$\rightarrow 36 - (8m^2 - 20m + 8) > 0 \rightarrow -8m^2 + 20m + 28 > 0$$

$$\div 4 \rightarrow -2m^2 + 5m + 7 > 0$$

ریشه ها $a+c=b$ \rightarrow $\begin{cases} -1 \\ c \\ -\frac{c}{a} = \frac{7}{2} = \frac{3}{5} \end{cases} \rightarrow -1 < m < \frac{3}{5}$ گزینه ۳

به ازای کدام مقدار m سهمی به معادله $y = (1 - m)x^2 + 2(m - 3)x - 1$ همواره پایین محور x هاست؟ (سراسری ریاضی خارج از کشور-۹۸)

$$2 < m < 5 \quad (2) \qquad 1 < m < 5 \quad (1)$$

$$2 < m < 6 \quad (4) \qquad 2 < m < 4 \quad (3)$$

گروه مشاوره فراهوش
INSTAGRAM : FARA_HOOSH99
WEB : FARAHOOSH99.IR

$$\left\{ \begin{array}{l} \Delta < 0 \rightarrow (2(m-3))^2 - 4(1-m)(-1) < 0 \rightarrow 4(m^2 - 6m + 9) + 4 - 4m < 0 \\ \rightarrow 4m^2 - 28m + 40 < 0 \rightarrow m^2 - 7m + 10 < 0 \rightarrow (m-5)(m-2) < 0 \\ 2 < m < 5 \quad \text{I} \\ a < 0 \rightarrow 1 - m < 0 \rightarrow m > 1 \quad \text{II} \end{array} \right.$$

$I \cap II \rightarrow 2 < m < 5$ گزینه ۲

تمرین ۱: به ازای کدام مقدار a معادله درجه دوم $x^2 - 2(a - 2)x + 14 - a$ دارای دو ریشه مثبت است؟ (ریاضی - ۹۶)

(۱) $-2 < a < 2$ (۲) $2 < a < 5$ (۳) $2 < a < 14$ (۴) $2 < a < 14$

تمرین ۲: به ازای کدام مقادیر m منحنی به معادله $y = (m - 2)x^2 - 2(m + 1)x + 12$ در هر دو نقطه به طول های منفی قطع می کند؟ (ریاضی ۹۵)

(۱) $m > 2$ (۲) $-1 < m < 2$ (۳) هر مقدار m (۴) هیچ مقدار m

گروه مشاوره فراهوش
INSTAGRAM : FARA_HOOSH99
WEB : FARAHOOSH99.IR