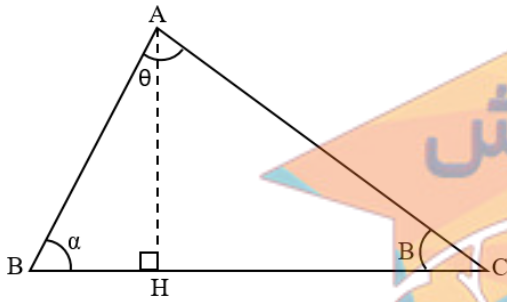


مساحت مثلث:



$$S = \frac{1}{2} \times \text{قاعده} \times \text{ارتفاع}$$

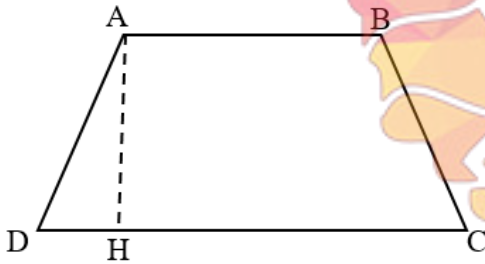
$$= \frac{1}{2} \times BC \times AH$$

$$S = \frac{1}{2} \times AB \times BC \times \sin \alpha$$

$$= \frac{1}{2} \times AB \times BC \times \sin \beta$$

$$= \frac{1}{2} \times AB \times BC \times \sin \theta$$

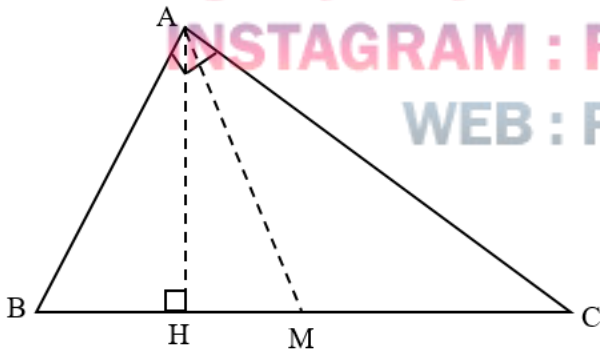
مساحت ذوزنقه:



$$S = (AB + CD) \times \frac{AH}{2}$$

$$= \frac{1}{2} \times \text{ارتفاع} \times \text{مجموع دو قاعده}$$

مساحت قائم الزاویه: گروه متساویه فراموش



INSTAGRAM : FARA_HOOSH99
WEB : FARAHOOSH99.IR

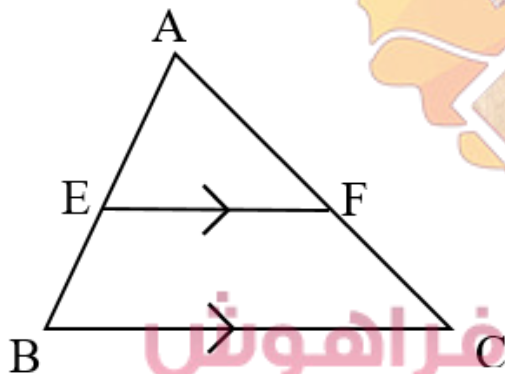
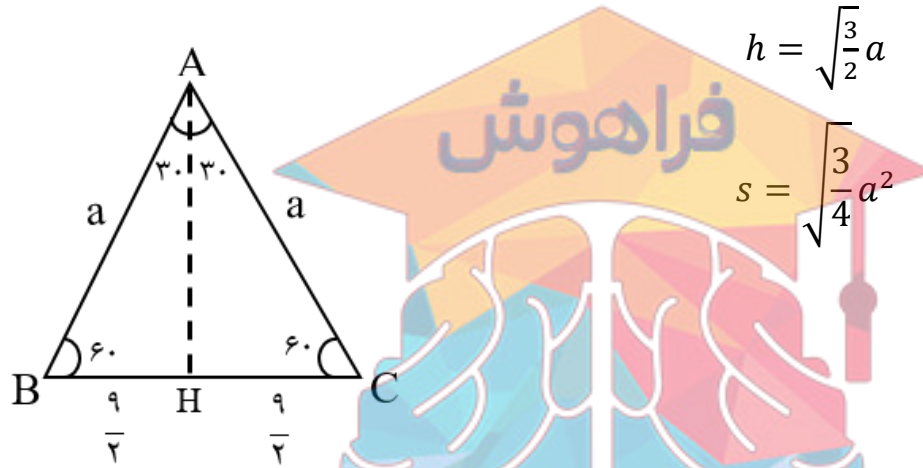
$$\begin{cases} AH^2 = BH \times CH \\ AB^2 = BH \times BC \\ AC^2 = CH \times BC \end{cases}$$

میانۀ وارد بر وتر

$$AM = BM = CM = \frac{1}{2} BC$$

$$S = \frac{AB \times AC}{2} = \frac{AH \times BC}{2}$$

مثلث متساوی الاضلاع:



تالس:

$$EF \parallel BC \rightarrow \frac{AE}{EB} = \frac{AF}{FC}$$

$$\frac{AE}{AB} = \frac{AF}{AC} = \frac{EF}{BC}$$

گروه مشاوره فراهوش

INSTAGRAM : FARA_HOOSH99

WEB : FARAHOOSH99.IR

حالت های تشابه دو مثلث:

حالت اول) تساوی زاویه ها

حالت دوم) تناسب دو ضلع و تساوی زاویه بین

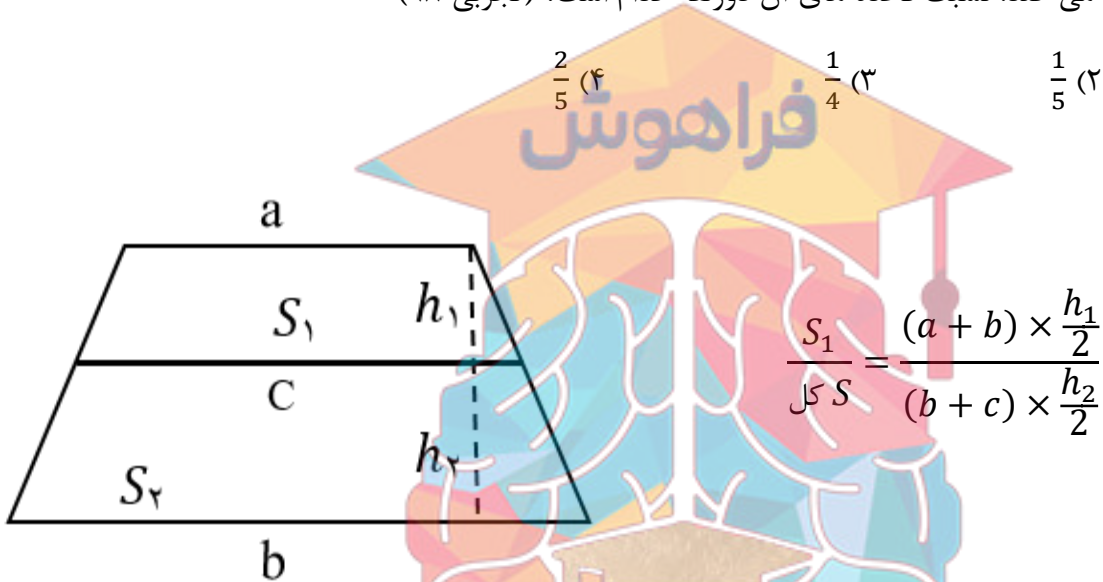
حالت سوم) تناسب سه ضلع

در هر دو مثلث نسبت میانه ها، نیمسازها و ارتفاع های متناظر برابر نسبت تشابه است.

هندسه:

مثال: در یک دوزنقه پاره خطی که وسط های دو ساق را به هم وصل می کند، مساحت آن را به نسبت های ۱ و ۲ تقسیم می کند. نسبت قاعده های آن دوزنقه کدام است؟ (تجربی ۹۸)

(۱) $\frac{1}{6}$ * (۲) $\frac{1}{5}$ (۳) $\frac{1}{4}$ (۴) $\frac{2}{5}$



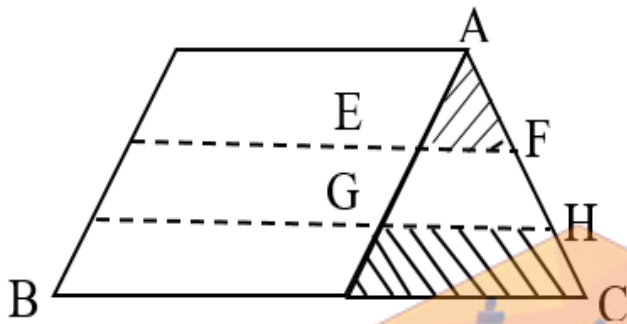
$$h_1 = h_2 \rightarrow 2a + 2c = b + c \rightarrow c = b - 2a$$

$$c = \frac{a+b}{2} \rightarrow b - 2a = \frac{a+b}{2} \rightarrow 2b - 4a = a + b \rightarrow 5a = b \rightarrow \frac{a}{b} = \frac{1}{5}$$

گروه مشاوره فراهوش گ ۲
INSTAGRAM : FARA_HOOSH99

مثال: یک ساق دوزنقه به سه قسمت مساوی تقسیم شده است. هر چهار پاره خط موازی یکدیگرند. نسبت مساحت دو ناحیه سایه زده چقدر است؟ (تجربی خارج ۹۸)

(۱) $\frac{1}{6}$ (۲) $\frac{1}{5}$ (۳) $\frac{2}{9}$ (۴) $\frac{1}{4}$



$$\frac{AF}{AC} = \frac{EF}{BC} = \frac{1}{3}$$

$$\frac{AF}{AH} = \frac{EF}{GH} = \frac{1}{2}$$

طبق تالس

ارتفاع ها برابرند

$$\frac{S_{AEF}}{S_{BCHG}} = \frac{EF \times \frac{1}{2}}{(GH + BC) \frac{h}{2}} = \frac{EF}{2EF + 3EF} = \frac{1}{5}$$

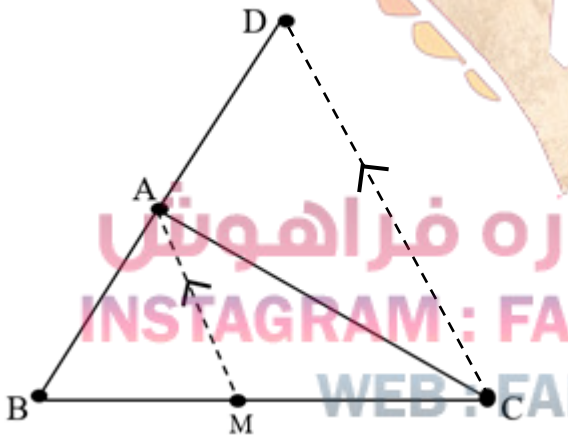
مثال: در مثلث ABC اضلاع $AB = 4$ و $AC = 7$ است. از راس C خطی موازی میانه AM رسم شده و امتداد BA را در دو نقطه D قطع کرده است. اندازه BD کدام است؟

- (۱) ۷/۵ (۲) ۸ (۳) ۸/۵ (۴) ۹

تالس :

$$\frac{BM}{BC} = \frac{AB}{BD} \rightarrow \frac{1}{2} = \frac{4}{BD}$$

$$BD = 8$$



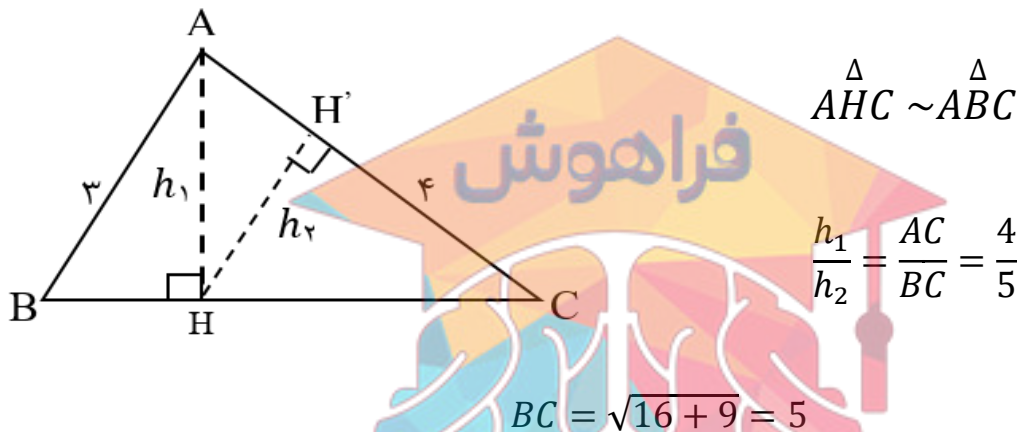
مثال: در شکل زیر h_1 و h_2 ارتفاع های دو مثلث قائم الزاویه هستند. نسبت $\frac{h_1}{h_2}$ کدام است؟ (تجربی ۹۸)

$$\frac{3}{4} \text{ (۴)}$$

$$\frac{2}{3} \text{ (۳)}$$

$$\frac{4}{5} \text{ (۲)}$$

$$\frac{3}{5} \text{ (۱)}$$



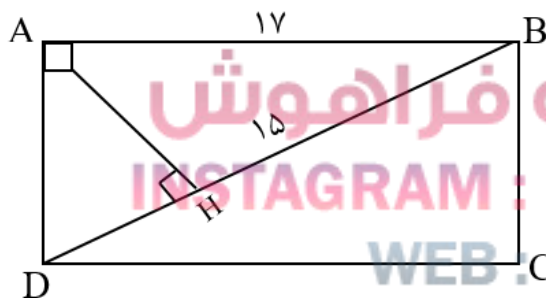
مثال: در مستطیل ABCD به طول $AB = 17$ از نقطه A عمود AH بر قطر BD رسم شده است. اگر $BH = 15$ باشد، طول قطر مستطیل از عدد ۱۹ چقدر بیشتر است؟ (تجربی خارج ۹۸)

$$\frac{3}{5} \text{ (۴)}$$

$$\frac{7}{15} \text{ (۳)}$$

$$\frac{1}{3} \text{ (۲)}$$

$$\frac{4}{15} \text{ (۱)}$$



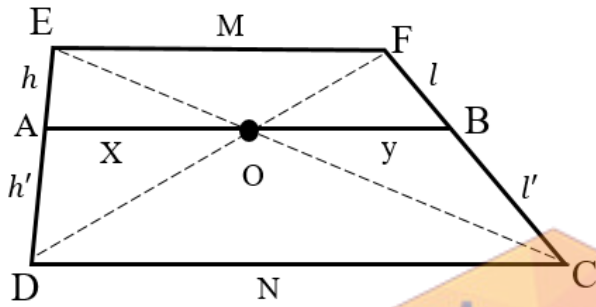
$$AB^2 = BH \times BD$$

$$\rightarrow BD = \frac{289}{15}$$

$$\frac{289}{15} - 19 = \frac{4}{15}$$

گ ۱

مثال: در یک دوزنقه قائم الزاویه، از نقطه O محل محل تلاقی قطرها، قطر موازی قاعده ها رسم می شود. ساق قائم را در A و ساق مایل را در B قطع می کند. نسبت $\frac{OA}{OB}$ چگونه است؟ (تجربی ۹۷)



(۱) کوچکتر از ۱

(۲) بزرگتر از ۱

(۳) مساوی ۱

(۴) متغیر نسبت به اضلاع

تالس: $\frac{h}{h'} = \frac{l}{l'}$

EFD در مثلث تالس: $\frac{x}{M} = \frac{h'}{h + h'}$

EFC در مثلث تالس: $\frac{y}{m} = \frac{l'}{l + l'}$

$$\begin{aligned} \frac{m}{x} &= 1 + \frac{h}{h'} \\ \frac{m}{y} &= 1 + \frac{l}{l'} \end{aligned} \Rightarrow \frac{y}{x} = 1$$

مثال) در یک متوازی الاضلاع با زاویه 60 درجه نیمسازهای دو زاویه مجاور ضلع بزرگ روی ضلع دیگر آن

مقاطع اند. اگر محیط این متوازی الاضلاع $12\sqrt{3}$ باشد. مساحت آن کدام است؟ (تجربی ۹۷)

INSTAGRAM : FARA_HOOSH99

WEB : FARAHOOSH99.IR

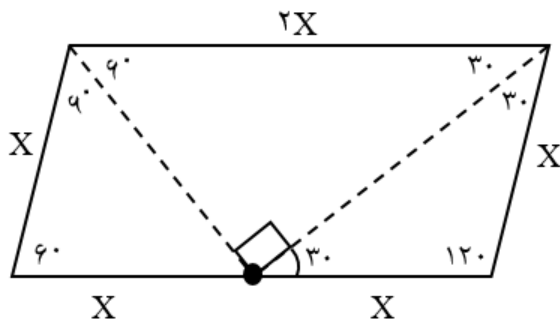
$18\sqrt{3}$ (۴)

$12\sqrt{3}$ (۳)

۱۸ (۲)

$9\sqrt{3}$ (۱)

گ ۳



محیط = $6x = 12\sqrt{3}$

$$\text{مساحت متوازی الاضلاع} \quad x \times 2x \times \sin 60 = 2 \times 12 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 12\sqrt{3}$$

مثال: در مثلث قائم الزاویه ارتفاع و میانه نظیر وتر، زاویه ۱۲ درجه با هم ساخته اند. کوچکترین زاویه این مثلث چند درجه است؟

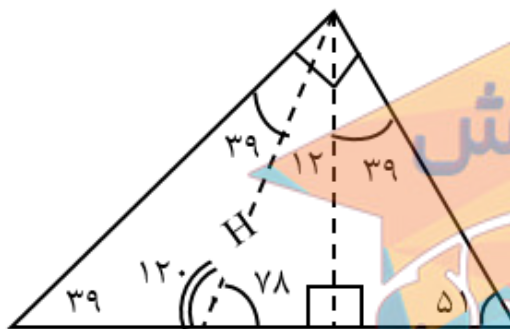
۳۹ (۴)

۳۷ (۳)

۳۸ (۲)

۳۴ (۱)

گ ۴



$$\frac{180 - 102}{2} = \frac{78}{2} = 39$$

$$39 + 12 = 51 \rightarrow 90 - 51 = 39$$

$$\rightarrow 90 - 39 = 51$$

مثال: بر روی دو ضلع مجاور مربعی به ضلع ۲ واحد، مثلث های متساوی الاضلاع ساخته شده است. فاصله AB چند واحد است؟ (تجربی ۹۶)

$$\sqrt{6 + \sqrt{2}}$$

$$39\sqrt{2} (۳)$$

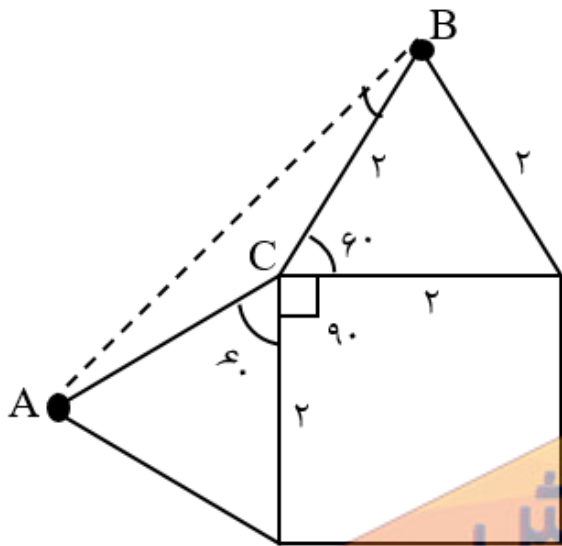
$$39\sqrt{3} (۲)$$

$$1 + 2\sqrt{3} (۱)$$

گروه مشاوره فراهوش

INSTAGRAM : FARA_HOOSH99

WEB : FARAHOOSH99.IR



$$360 - (90 + 60 + 60) = 360 - 210 = 150$$

$$\frac{180 - 150}{2} = 15$$

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} \times 2 \times 2 \times \sin 150 = 1 = \frac{1}{2} CH \times AB \rightarrow CH \times AB = 2 \rightarrow CH = \frac{2}{AB}$$

$$BC^2 = CH^2 + BH^2 \rightarrow 4 = CH^2 + \left(\frac{AB}{2}\right)^2 \rightarrow 4 = CH^2 + \frac{AB^2}{4} \rightarrow 4$$

$$= \frac{4}{AB^2} + \frac{AB^2}{4} = \frac{14AB^2}{4AB^2} \rightarrow AB^4 + 16 = 16AB^2$$

$$\rightarrow AB^4 - 16AB^2 + 16 = 0$$

$$\Delta = 256 - 64 = 192 \rightarrow AB^2 = \frac{16 \pm \sqrt{192}}{2} = 8 \pm \sqrt{48}$$

$$8 + 4\sqrt{3} \quad \checkmark$$

$$8 - 4\sqrt{3} \quad \times$$

گروه مشاوره فراهوش

INSTAGRAM: FARA_HOOSH99

مثال: در مثلث قائم الزاویه به اضلاع قائم ۳ و ۷ واحد طول نیمساز داخلی زاویه قائمه کدام است؟ (تجربی)

WEB: FARAHOOSH99.IR

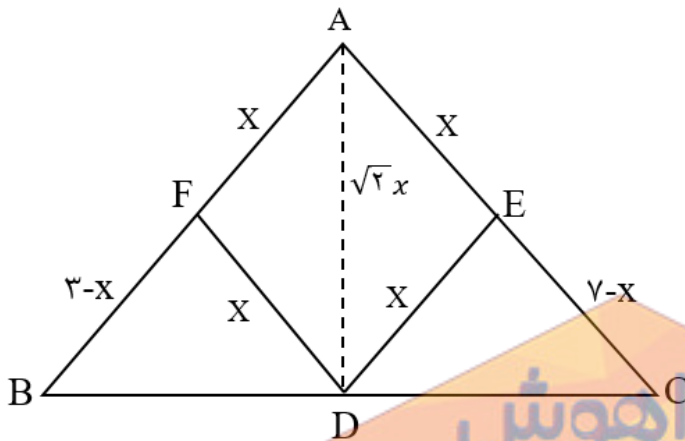
(۹۵)

$$\frac{2}{1\sqrt{2}} \text{ (۴)}$$

$$\frac{2}{1} \text{ (۳)}$$

$$\frac{1}{2} \text{ (۲)}$$

$$\frac{1}{4\sqrt{2}} \text{ (۱)}$$

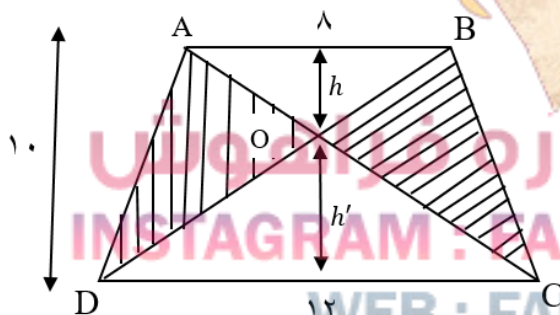


$$\Delta ABC \sim \Delta EBD: \frac{EC}{AC} = \frac{ED}{AB} \rightarrow \frac{7-x}{7} = \frac{x}{3} \rightarrow 21 - 3x = 7x \rightarrow 10x = 21$$

$$\rightarrow x = 2/1$$

$$AD = x\sqrt{x} = 2/1\sqrt{2}$$

مثال: در دوزنقه با طول قاعده های ۸ و ۱۲ و ارتفاع ۱۰، مساحت مثلث محدود به قطر و یک ساق، آن چند واحد مربع است؟



تشابه:

$$\frac{h}{h'} = \frac{8}{12} \rightarrow h' = \frac{3}{2}h$$

$$h + h' = 10 \rightarrow \frac{5}{2}h = 10 \rightarrow h = 4$$

$$S_{AOD} = S_{ABD} - S_{ABD} = \frac{1}{2} \times 10 \times 8 - \frac{1}{2} \times 8 \times 4 = 24$$

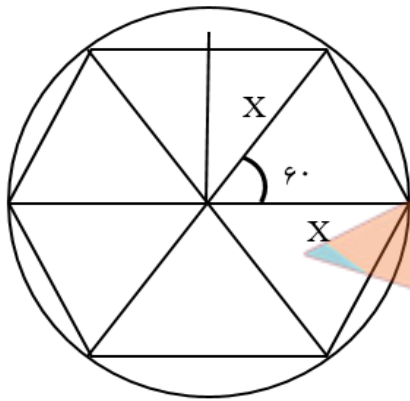
مثال: اگر مساحت شش ضلعی منقطع محاط در یک دایره $6\sqrt{3}$ باشد. آنگاه مساحت شش ضلعی متنظم محیط بر این دایره چند برابر $\sqrt{3}$ است؟

۹ (۴)

۸ (۳)

۷/۵ (۲)

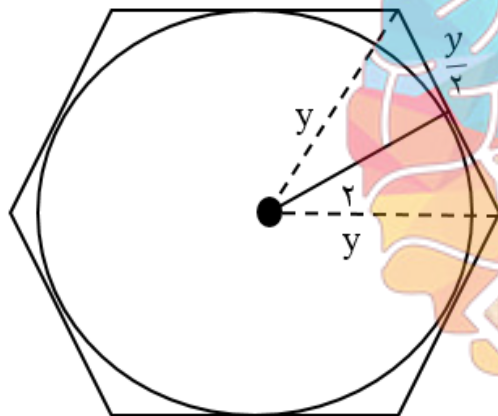
۷/۲ (۱)



مساحت هر مثلث کوچک درون ۶ ضلعی

$$S = \frac{1}{2} \times x \times x \times \sin 60$$

$$= \frac{x^2}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{4} x^2 = \sqrt{3} \rightarrow x = 2$$



$$y^2 = \frac{y^2}{4} + 4 \rightarrow \frac{3y^2}{4} = 4 \rightarrow y = \frac{4\sqrt{3}}{3}$$

$$S = 6 \times \frac{4\sqrt{3}}{3} = 8\sqrt{3}$$

گروه مشاوره فراهوش
INSTAGRAM : FARA_HOOSH99
WEB : FARAHOOSH99.IR

گ ۳