

آمار:

+ معیارهای گرایش به مرکز: میانگین و میانه

- میانگین (\bar{X}): متوسط یا مرکز ثقل داده ها

x_i = داده ها

N = تعداد کل داده ها

$$\bar{X} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_N}{N}$$

اگر هر یک از داده های آماری با مقدار ثابتی جمع شود، میانگین آنها نیز با همان مقدار ثابت جمع خواهد شد.

اگر هر یک از داده های آماری در مقدار ثابتی ضرب شود، میانگیم آنها نیز در همان مقدار ثابت ضرب خواهد شد.

- میانه (Q_2): پس از مرتب کردن داده ها مقداری را که تعداد داده های بعد از آن با تعداد داده های قبل از آن برابر است میانه می نامیم.

اگر تعداد داده ها زوج باشد ← میانه = میانگین دو داده وسط

اگر تعداد داده ها فرد باشد ← میانه = داده وسط

گروه مشاوره فراهوش

INSTAGRAM : FARA_HOOSH99

نکته :

اگر داده های آماری با مقدار ثابتی جمع شود یا در مقدار ثابتی ضرب شود میانگین آنها نیز با آن عدد جمع یا در آن ضرب می شود.

داده های دور افتاده: داده های خیلی بزرگ یا خیلی کوچک

میانه ی داده ها تحت تاثیر داده های دور افتاده قرار نمی گیرد در حالیکه میانگین داده ها تحت تاثیر قرار می گیرد.

+ معیارهای پراکندگی: دامنه تغییرات، واریانس، انحراف معیار، چارک اول و چارک سوم

- دامنه تغییرات (R): ساده ترین شاخص پراکندگی که اختلاف بین بزرگترین و کوچکترین داده ها را نشان می دهد.

- نکته: اگر به همه داده های آماری یک عدد بیافزاییم، دامنه تغییرات تغییر نمی کند ولی اگر در یک عدد ثابت ضرب کنیم، دامنه تغییرات در قدر مطلق آن عدد ضرب می شود.

$$\sigma^2 = \frac{(x_1 - \bar{X}) + \dots + (x_N - \bar{X})}{N}$$

- نکته: واحد واریانس برابر با توان دوم واحد داده مورد نظر است.

- نکته: همواره برای هر مجموعه ای از داده ها، مجموع اختلاف داده از میانگین صفر خواهد شد.

$$\sigma^2 = \frac{x_1^2 + \dots + x_N^2 - \bar{X}}{N}$$

انحراف معیار (σ): جذر واریانس

نکته: اگر به همه داده های آماری عددی بیافزاییم واریانس و انحراف معیار در تغییری نمی کند.

نکته: اگر همه داده های آماری را در عدد $a \neq 0$ ضرب کنیم واریانس در a^2 و انحراف معیار در $|a|$ ضرب می شود.

$$\sigma = \sqrt{\frac{(x_1 - \bar{X})^2 + \dots + (x_N - \bar{X})^2}{N}}$$

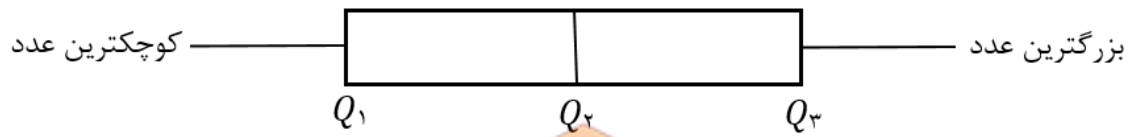
- ضریب تغییرات (CV): نسبت انحراف به میانگین است و معمولا به درصد بیان می شود.

$$CV = \frac{\sigma}{\bar{X}}$$

نکته: از ضریب تغییرات فقط برای داده های مثبت استفاده می شود.

- نکته: اگر ضریب تغییرات داده ها صفر باشد، داده ها با هم برابرند.

چارک ها: چارک اول (Q) چارک دوم (Q) و چارک سوم (Q) مقادیری هستند که داده های مرتب شده را به چهار قسمت مساوی تقسیم می کنند.



محاسبه چارک ها) بدست آوردن میانه : برای داده های مرتب شده قبل از میانه، یک میانه بدست آورید و آن را چارک اول بنامید.

برای داده های مرتب شده بعد از میانه، یک میانه بدست آورید و آن را چارک سوم بنامید.

مثال: در یک کارگاه دو گروه مشغول کار هستند، میانگین نمرات مسئولیت پذیری و واریانس در گروه اول به ترتیب ۸۰ و ۲۵ و در گروه دوم ۷۲ و ۱۶ می باشد. کدام گروه بهتر است.

(۱) گروه اول (۲) گروه دوم (۳) یکسان (۴) نمی توان اظهار نظر کرد.

از ضریب تغییرات استفاده می کنیم:

$$CV_1 = \frac{\sigma_1}{x_1} = \frac{5}{80} = \frac{1}{16}$$

$$CV_2 = \frac{\sigma_2}{x_2} = \frac{4}{72} = \frac{1}{18}$$

→ $CV_1 > CV_2$

گروه مشاوره فراهوش گ ۲
INSTAGRAM : FARA_HOOSH99
WEB : FARAHOOSH99.IR

مثال: نمرات مهارت برای کارگر (A) ، ۱۶ ، ۱۵ ، ۱۴ ، ۱۳ ، ۱۲ و برای کارگر (B) : ۱۶/۵ ، ۱۶ ، ۱۵/۵ ، ۱۳ و ۱۱/۵ بوده است. دقت عمل کدام بیشتر است؟

(۱) A (۲) B (۳) یکسان (۴) نمی توان اظهار نظر کرد.

$$\bar{X}_A = \frac{12 + 13 + 14 + 15 + 16}{5} = 14$$

$$\bar{X}_B = \frac{\frac{16}{5} + 16 + \frac{15}{5} + 13 + 11/5}{5} = 14/5$$

$$\sigma_A^2 = \frac{4 + 1 + 1 + 4}{5} = 2 \rightarrow CV_A = \frac{\sqrt{2}}{14}$$

$$\sigma_B^2 = \frac{9 + 2/25 + 1 + 2/25 + 4}{5} = \frac{3}{7} \rightarrow CV_B = \frac{\sqrt{3/7}}{14/5}$$

$$\rightarrow CV_B > CV_A$$

گ ۱: کارگر A دقت بیشتری دارد

مثال: نرخ بیکاری یک کشور در ۱۰ سال گذشته به صورت زیر است، مقدار $\frac{Q_1 + Q_3 - 2Q_2}{Q_3 - Q_1}$ کدام است؟

(ریاضی ۹۸)

۰/۲۷۵(۴)

۰/۱۷۵(۳)

-۰/۱۲۵(۲)

-۰/۲۲۵(۱)

اعداد را از کوچک به بزرگ مرتب می کنیم.

۱۰/۶ و ۱۰/۶ و ۱۱/۲ و ۱۱/۵ و ۱۱/۹ و ۱۲/۳ و ۱۲/۷ و ۱۲/۸ و ۱۳/۵ و ۳۰/۲

$$Q_1 = 11/2$$

$$Q_3 = 12/8$$

$$\text{میانگین: } Q_2 = \frac{11/9 + 12/3}{2} = \frac{24/2}{2} =$$

$$12/1$$

میانگین، میانگین $\frac{10+1}{2} = 5/5$ عدد ۵ ام و ۶ ام است.

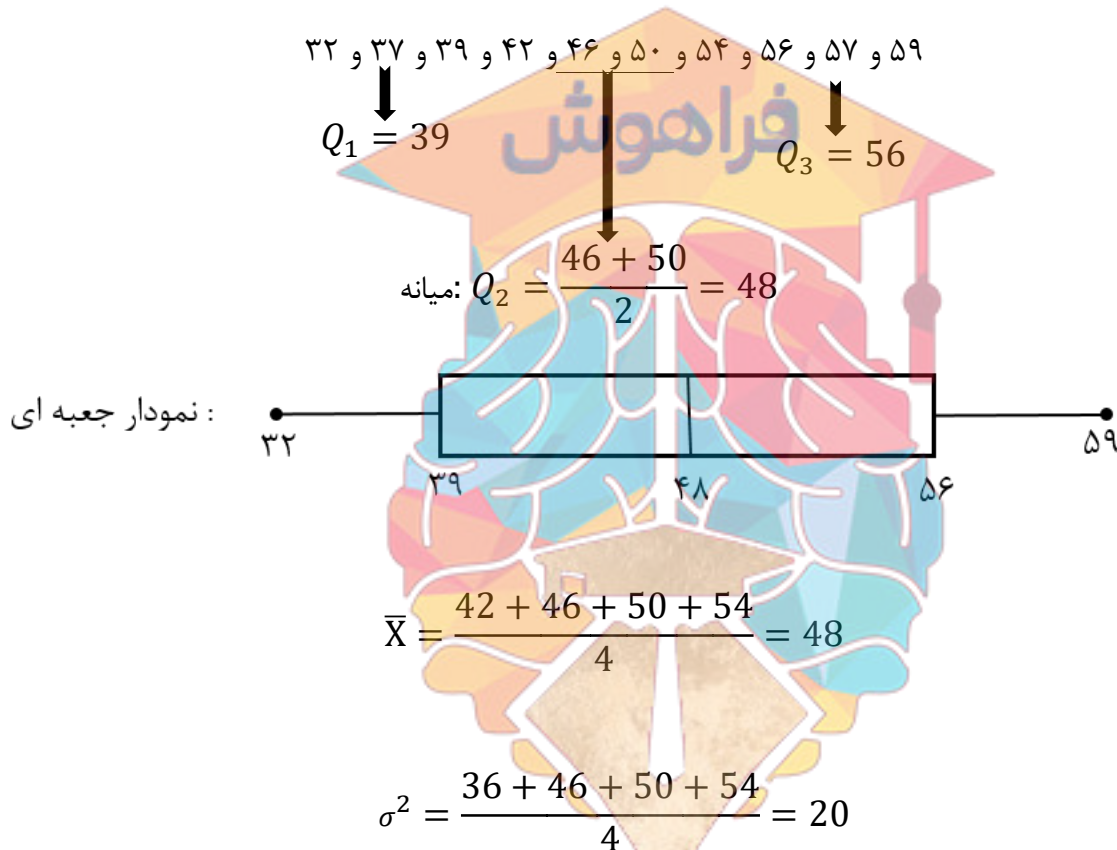
$$\frac{Q_1 + Q_3 - 2Q_2}{Q_3 - Q_1} = \frac{11/2 + 12/8 + 24/2}{12/8 + 11/2} = \frac{-0/2}{1/6} = -\frac{1}{8} = -0/125$$

گ ۲

مثال: میزان بارندگی یک استان در ۱۰ سال گذشته به صورت زیر است. در نمایش نمودار جعبه ای ، ضریب تغییرات داده های داخل جعبه کدام است؟ (ریاضی خارج ۹۸)

- (۱) ۰/۰۷ (۲) ۰/۰۹ (۳) ۰/۱۲ (۴) ۰/۱۵

اعداد را از کوچک به بزرگ مرتب می کنیم.



گروه مشاوره فراهوش
 INSTAGRAM : FARA_HOOSH99
 WEB : FARAHOOSH99.IR

مثال: میانگین طول ضلع مربع هایی ۲۵ واحد، با ضریب تغییرات ۰/۰۶ است. میانگین مساحت این مربع ها کدام است؟ (تجربی ۹۷)

- (۱) ۶۲۶/۵ (۲) ۶۲۷/۲۵ (۳) ۶۲۷/۷۵ (۴) ۶۲۸/۵

$$CV = \frac{\sigma}{\bar{X}} \rightarrow 0/06 = \frac{\sigma}{25} \rightarrow \sigma = 1/5 \rightarrow \sigma^2 = 2/25$$

میانگین مساحت مربع ها:

$$\sigma^2 = \frac{x_1^2 + \dots + x_N^2}{N} - \bar{X}^2 \rightarrow \frac{x_1^2 + \dots + x_N^2}{N} = \sigma^2 + \bar{X}^2 = 2/25 + 625 = 627/25$$

تمرین: میانگین طول اضلاع مربع هایی ۱۵ واحد با ضریب تغییرات ۰/۲ محاسبه شده است. میانگین مساحت این مربع ها کدام است؟ (تجربی ۹۵)

۲۲۹ (۱) ۲۳۲ (۲) ۲۳۴ (۳) ۲۳۶ (۴)

مثال: داده های ۱ و ۲ و ۳ و ۴ و ۵ $x_i =$ مفروض است. ضریب تغییرات داده های $u_i = 12x_i + 6$ کدام است؟

۰/۴ (۱) ۰/۴۸ (۲) ۰/۵۲ (۳) ۰/۶ (۴)

$x_i = 3$

U_i میانگین : $12 \times 3 + 6 = 42$

U_i واریانس : $(12)^2 \times 2 = 228$

$$CV = \frac{\sigma}{\bar{X}} = \frac{12\sqrt{2}}{42} = \frac{20\sqrt{2}}{7} = \frac{2 \times 1/4}{7} = 0/4$$

گ ۱

مثال : در ۲۵ داده کاری ، میانگین و انحراف معیار به ترتیب ۳۰ و ۸ می باشد. اگر داده های ناچور ۱۰ و ۱۵ و ۴۱ و ۵۰ از بین آنها حذف شوند واریانس داده های باقیمانده کدام است؟ (تجربی ۹۳)

۱۴/۷۲ (۱) ۱۴/۸۱ (۲) ۱۵/۳۳ (۳) ۱۶/۶۶ (۴)

گروه مشاوره فراهوش

$$\bar{X} = \frac{x_1 + \dots + x_{21} + 10 + 15 + 45 + 50}{25} = 30$$

→ $x_1 + \dots + x_{21} + 120 = 750$ → $x_1 + \dots + x_{21} = 630$ → $X_{جدید} = \frac{630}{21} = 30$

INSTAGRAM : FARA_HOOSH99
WEB : FARAHOOSH99.IR

$$\sigma^2 = \frac{(x_1 - \bar{X})^2 + \dots + (x_{21} - \bar{X})^2 + (10 - 30)^2 + (15 - 30)^2 + (45 - 30)^2 + (50 - 30)^2}{25}$$

$$= (8)^2 = 64$$

$$(x_1 - \bar{X})^2 + \dots + (x_{21} - \bar{X})^2 + 1250 = 1600$$

$$\sigma^2_{\text{جدید}} = \frac{(x_1 - \bar{X})^2 + \dots + (x_{21} - \bar{X})^2}{21} = \frac{350}{21} \cong 16/66$$

گ ۴

تمرین: میانگین و انحراف معیار ۱۸ داده آماری به ترتیب ۲۵ و ۳ است. اگر داده های ۲۰ و ۲۷ و ۲۸ به آنان افزوده شود، واریانس ۲۱ داده جدید کدام است؟ (تجربی خارج ۹۳)

۹/۲۵ (۱) ۹/۳۶ (۲) ۹/۵۲ (۳) ۹/۶۳ (۴)

تمرین: در ۱۵۰ داده آماری با میانگین ۱۲، به دو برابر هر یک از داده ها ۳ واحد اضافه می کنیم تا داده های جدیدی حاصل شود. ضریب داده های جدید چند برابر ضریب تغییرات داده های قبلی است؟ (تجربی ۹۲)

۷/۹ (۱) ۵/۶ (۲) ۷/۸ (۳) ۸/۹ (۴)

گروه مشاوره فراهوش
INSTAGRAM : FARA_HOOSH99
WEB : FARAHOOSH99.IR