
فصل ۶: شمارش بدون شمردن

۱: عبارت های زیر را با نماد فاکتوریل نمایش دهید.

الف) $1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6 \times 7 =$

ب) $5 \times 6 \times 7 \times 8 =$

ج) $24 \times 5 =$

۲: تعداد قطر های یک ۱۲ ضلعی محدب را محاسبه کنید.

۳: اگر $C(n, 4) = P(n - 1, 3)$ ، عدد n را بیابید.



۴: دو خط موازی داده شده است و روی هر کدام از این دو خط ۵ نقطه قرار دارد. چند مثلث با این نقاط می توان ساخت؟

۵: برای هر یک از موارد زیر یک مسئله بنویسید.

$$\text{الف) } \binom{5}{3} \times \binom{6}{5} \times \binom{7}{5}$$

$$\text{ب) } \binom{5}{3} + \binom{6}{4} + \binom{7}{5}$$

حل:

۱: عبارت های زیر را با نماد فاکتوریل نمایش دهید.

$$\text{الف) } 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 7!$$

$$\text{ب) } 8 \times 7 \times 6 \times 5 = \frac{(8 \times 7 \times 6 \times 5) \times 4 \times 3 \times 2 \times 1}{4 \times 3 \times 2 \times 1} = \frac{8!}{4!}$$

$$\text{ج) } 5 \times 24 = 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 5!$$

۲: اگر از تعداد حالات انتخاب ۲ نقطه از کل نقاط تعداد اضلاع را کم کنیم. تعداد قطرهای به دست می آید.

$$\binom{n}{2} - n = \binom{12}{2} - 12 = 66 - 12 = 54$$

۳:

$$C(n, 4) = P(n-1, 3)$$

$$\rightarrow \frac{n!}{4!(n-4)!} = \frac{(n-1)!}{(n-1-3)!} \rightarrow \frac{n(n-1)!}{4!(n-4)!} = \frac{(n-1)!}{(n-4)!} \rightarrow \frac{n}{4!} = 1 \rightarrow n = 4! = 24$$

۴: باید یکی از دو خط را انتخاب کنیم. سپس از آن خط دو نقطه و از خط دیگر یک نقطه بر داریم.

$$\binom{5}{1} \times \binom{5}{2} + \binom{5}{2} \times \binom{5}{1} = 2 \binom{5}{1} \times \binom{5}{2} = 2 \times 5 \times \frac{5 \times 4}{2} = 100$$

۵:

الف: به چند طریق می توان از بین ۵ دانش آموز نهم و ۶ هفتم و ۷ دانش آموز پایه ی هشتم به تعداد ۱۳ نفر انتخاب کرد، طوری که ۳ دانش آموز از پایه ی نهم و از پایه های دیگر هر کدام ۵ نفر باشند.

ب : در جعبه ای ۵ مهره سفید و ۶ مهره آبی و ۷ مهره قرمز وجود دارد. می خواهیم به تصادف دو مهره از این جعبه استخراج کنیم. تعداد حالت هایی را تعیین کنید که این حالت ها هم رنگ باشند.

توجه : از تساوی $\binom{5}{3} + \binom{6}{4} + \binom{7}{5} = \binom{5}{2} + \binom{6}{2} + \binom{7}{2}$ کمک گرفته شده است.

