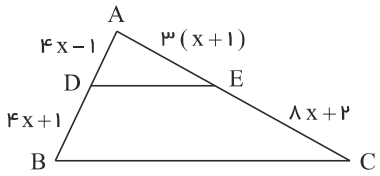
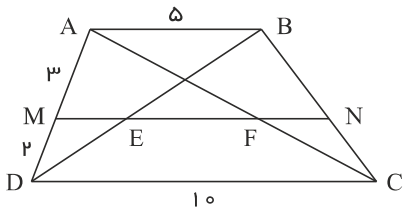
نام و نام خانوادگی:

نام آزمون: جمعبندی تشریحی هندسه یازدهم تجربی

۱ در شکل مقابل $DE \parallel BC$ است. مقدار x را بدست آورید.



۲ در ذوزنقه شکل روبرو $MN \parallel AB$ است. طول پاره‌خط EF را بدست آورید.



۳ فرض کنید نقطهٔ A به فاصلهٔ ۴ سانتی‌متر از خط d باشد. روش رسم هر یک از مثلث‌های زیر را توضیح دهید.

الف) مثلث متساوی‌الساقینی که A یک رأس آن و قاعدهٔ آن بر خط d منطبق باشد.

ب) مثلثی که شرایط (الف) را داشته باشد و طول ساق آن ۶ سانتی‌متر باشد.

پ) مثلثی رسم کنید که شرایط قسمت (الف) را داشته باشد و مساحت آن $۸cm^۲$ باشد.

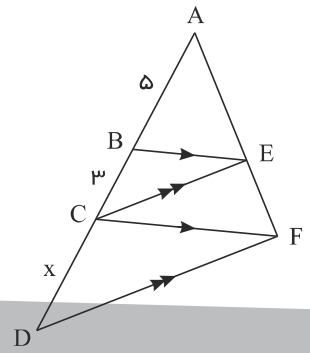
۴ با برهان خلف ثابت کنید نمی‌توان از یک نقطهٔ غیر واقع بر یک خط، دو خط عمود بر آن خط رسم کرد.

۵ دو خط d و d' متقاطعند نقاطی را بیابید که از نقطه‌ی O (محل تقاطع) به فاصله‌ی $۵cm$ بوده و از دو خط به یک فاصله باشند.

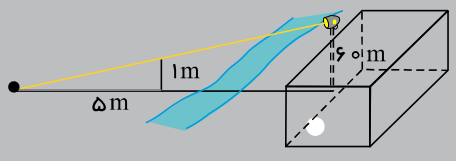
۶ اگر $\frac{۴a+۵}{۵+۶a}=\frac{۴b+۸}{۸+۶b}$ باشد نسبت $\frac{b}{a}$ را بدست آورید.

۷ اگر $\frac{a}{۲}=\frac{b}{۳}=\frac{c}{۴}$ باشد، حاصل $\frac{۳a+۲b+۶c}{۶a+b+۳c}$ را بدست آورید.

۸ در شکل زیر $BE \parallel CF$ و $CE \parallel DF$ می‌باشد. مقدار x را بدست آورید.



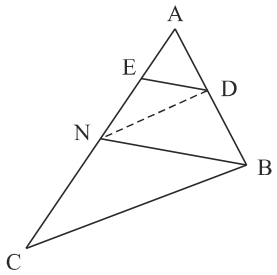
۹ بر دیوار یک کمپ نظامی نورافکنی به ارتفاع ۶۰ متر (مانند شکل) قرار گرفته است. فردی که در طرف دیگر رودخانه است، می‌خواهد فاصلهٔ خود را تا پایهٔ نورافکن محاسبه کند. برای این کار چوبی به طول متر را روی زمین قرار می‌دهد و مشاهده می‌کند که طول سایهٔ چوب برابر ۵ متر است. فاصلهٔ این مرد تا پای نورافکن چقدر است؟



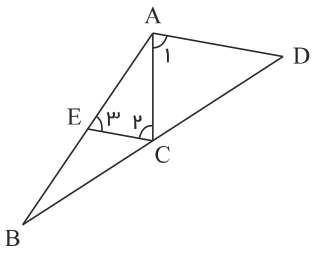
۱۰ در شکل مقابل دو مثلث قائم‌الزاویه مشاهده می‌کنید. نسبت محیط‌ها و مساحت‌های آن‌ها را به دست آورید.

فراهوش
INSTAGRAM: FARA

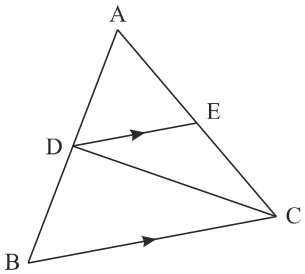
۱۱ در شکل زیر $DE \parallel BN$ و $DN \parallel BC$، $AE = ۴$ و $EN = ۶$ می‌باشد. اندازه‌ی AC را بدست آورید.



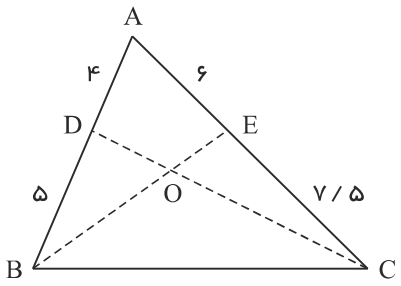
۱۲ در شکل روبرو $\hat{A}_۱ = \hat{C}_۲ = \hat{E}_۳$ و $AC = ۶$ و $AB = ۱۵$ باشد، مقدار $\frac{BD}{CD}$ چقدر است؟



۱۳ در شکل مقابل $\frac{AD}{AB} = \frac{۳}{۷}$ و $DE \parallel BC$ است. مساحت مثلث ADE چه کسری از مساحت مثلث DEC است؟



۱۴ در شکل زیر نسبت مساحت مثلث OBD به مساحت مثلث OCE را بدست آورید.



۱۵ ثابت کنید در هر مثلث پاره‌خطی که وسط‌های دو ضلع مثلث را به هم وصل کند، با ضلع سوم موازی و مساوی نصف آن است.

فراهوش
INSTAGRAM: FARA
WEB: WWW.FARAHOOSH99.IR

پاسخنامه تشریحی

۱

$$DE \parallel BC \rightarrow \frac{AD}{DB} = \frac{AE}{AC} \rightarrow \frac{۴x-۱}{۴x+۱} = \frac{۳x+۳}{۸x+۲}$$

$$\rightarrow (۴x-۱)(۸x+۲) = (۳x+۳)(۴x+۱)$$

$$\rightarrow ۳۲x^۲ + \cancel{۸x} - \cancel{۸x} - ۲ = ۱۲x^۲ + ۳x + ۱۲x + ۳ \rightarrow ۲۰x^۲ - ۱۵x - ۵ = ۰$$

$$\rightarrow ۵(۴x^۲ - ۳x - ۱) = ۰ \rightarrow ۴x^۲ - ۳x - ۱ = ۰ \rightarrow (x-۱)(۴x+۱) = ۰ \begin{cases} x-۱=۰ \rightarrow \boxed{x=۱} \\ ۴x+۱=۰ \rightarrow x = \frac{-۱}{۴} \end{cases}$$

غیر قابل قبول زیرا $AD < ۰$ و $DB = ۰$ می‌شود.

۲

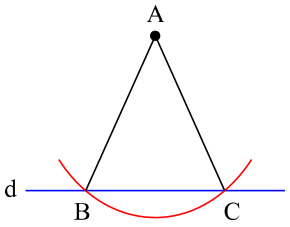
$$\overset{\Delta}{ABD} : ME \parallel AB \xrightarrow{\text{تالس}} \frac{ME}{AB} = \frac{MD}{AD} \rightarrow \frac{ME}{۵} = \frac{۲}{۵} \rightarrow \boxed{ME = ۲}$$

$$\overset{\Delta}{ADC} : MF \parallel DC \xrightarrow{\text{تالس}} \frac{MF}{DC} = \frac{AM}{AD} \rightarrow \frac{MF}{۱۰} = \frac{۳}{۵} \rightarrow \boxed{MF = ۶}$$

$$ME + EF = MF \rightarrow ۲ + EF = ۶ \rightarrow \boxed{EF = ۴}$$

۳

الف) دهانهٔ پرگار را بیش از سانتی‌متر باز می‌کنیم و دایره‌ای به مرکز نقطهٔ و شعاع انتخاب شده رسم می‌کنیم تا خط را در دو نقطهٔ و قطع کند. مثلث متساوی‌الساقینی جواب مسئله است زیرا

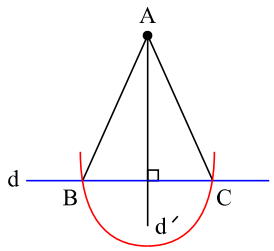


ب) مطابق با شرایط قسمت (الف) عمل می‌کنیم و دهانهٔ پرگار را دقیقاً ۶ سانتی‌متر باز می‌کنیم تا طول ساق‌ها ۶ سانتی‌متر بدست آید.

پ) چون فاصلهٔ نقطهٔ A از خط d (قاعدهٔ مثلث متساوی‌الساقین) ۴ سانتی‌متر است پس ارتفاع مثلث ۴ سانتی‌متر است و قاعدهٔ آن بصورت زیر بدست می‌آید:

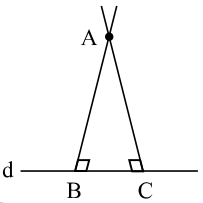
$$S = \frac{AH \times BC}{۲} \rightarrow ۸ = \frac{۴ \times BC}{۲} \rightarrow \boxed{BC = ۴}$$

اکنون باید مثلث را طوری رسم کنیم که قاعدهٔ آن برابر سانتی‌متر باشد.ابتدا از نقطهٔ خط را بر خط عمود می‌کنیم و محل برخورد دو خط را می‌نامیم. پس دهانهٔ پرگار را به اندازهٔ سانتی‌متر (نصف قاعده) باز می‌کنیم و به مرکز دایره‌ای رسم می‌کنیم تا خط را در نقاط و قطع کند. جواب مسئله است زیرا ، و و



۴

فرض: نقطه‌ای مانند غیر واقع بر خطی مانند وجود دارد.حکم: از نقطهٔ نمی‌توان بیش از یک عمود بر خط رسم کرد.



اثبات: فرض می‌کنیم که حکم غلط باشد، یعنی از نقطهٔ A دو عمود بر خط d رسم شده است (مانند شکل) که خط d را در نقاط B و C قطع کرده‌اند.

در این صورت مجموع زوایای داخلی مثلث $\overset{\Delta}{ABC}$ بزرگتر از ۱۸۰° خواهد شد و این غیر ممکن است. پس امکان رسم دو عمود از یک نقطهٔ غیر واقع بر یک خط وجود ندارد، یعنی حکم

جمعبندی تشریحی هندسه یازدهم تجربی

۶

$$\frac{۴a+۵}{۵+۶a}=\frac{۴b+۸}{۸+۶b}\rightarrow(۴a+۵)(۸+۶b)=(۴b+۸)(۵+۶a)$$

$$\rightarrow ۳۲a+\cancel{۲۴ab}+\cancel{۴۰}+۳۰b=۲۰b+\cancel{۲۴ab}+\cancel{۴۰}+۴۸a$$

$$\rightarrow ۳۰b-۲۰b=۴۸a-۳۲a\rightarrow ۱۰b=۱۶a\rightarrow ۵b=۸a\rightarrow \boxed{\frac{b}{a}=\frac{۸}{۵}}$$

۷

$$\frac{a}{۲}=\frac{b}{۳}=\frac{c}{۴}=k\rightarrow a=۲k\ ,\ b=۳k\ ,\ c=۴k$$

$$\rightarrow \frac{۳a+۲b+۶c}{۶a+b+۳c}=\frac{۳(۲k)+۲(۳k)+۶(۴k)}{۶(۲k)+۳k+۳(۴k)}=\frac{۶k+۶k+۲۴k}{۱۲k+۳k+۱۲k}=\frac{۳۶k}{۲۷k}=\frac{۳۶}{۲۷}=\frac{۴}{۳}$$

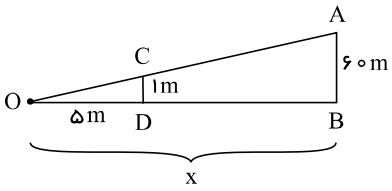
۸

$$BE\parallel CF\xrightarrow{\text{تالس}}\frac{AE}{EF}=\frac{AB}{BC}\quad(۱)$$

$$CE\parallel DF\xrightarrow{\text{تالس}}\frac{AE}{EF}=\frac{AC}{DC}\quad(۲)$$

$$(۱),(۲)\rightarrow\frac{AB}{BC}=\frac{AC}{DC}\rightarrow\frac{۵}{۳}=\frac{۸}{x}\rightarrow ۵x=۲۴\rightarrow\boxed{x=\frac{۲۴}{۵}}$$

۹

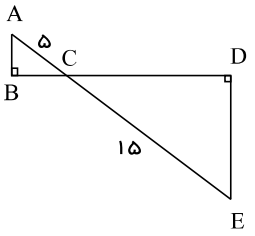


$$\frac{OD}{OB}=\frac{CD}{AB}\rightarrow\frac{۵}{x}=\frac{۱}{۶۰}\rightarrow\boxed{x=۳۰۰m}$$

۱۰

$$D\overset{\Delta}{E}C\sim A\overset{\Delta}{B}C\rightarrow k=\frac{CE}{AC}=\frac{۱۵}{۵}\rightarrow K=۳$$

$$\frac{P_{\overset{\Delta}{DEC}}}{P_{\overset{\Delta}{ABC}}}=K=۳\quad,\quad\frac{S_{\overset{\Delta}{DEC}}}{S_{\overset{\Delta}{ABC}}}=K^{۲}=۹$$



۱۱

$$DE\parallel BN\xrightarrow{\text{تالس}}\frac{AD}{AB}=\frac{AE}{AN}\quad(۱)$$

$$DN\parallel BC\xrightarrow{\text{تالس}}\frac{AD}{AB}=\frac{AN}{AC}\quad(۲)$$

$$(۱),(۲)\rightarrow\frac{AE}{AN}=\frac{AN}{AC}\rightarrow\frac{۴}{۱۰}=\frac{۱۰}{AC}\rightarrow\boxed{AC=۲۵}$$

۱۲

$$\widehat{C}_{۲}=\widehat{E}_{۳}\rightarrow A\overset{\Delta}{E}C=\text{متساوی‌الساقین}\rightarrow AC=AE=۶$$

$$\widehat{C}_{۱}=\widehat{A}_{۱}\rightarrow AC=\text{مورب}\ ,\ AD\parallel EC\xrightarrow{\text{تالس}}\frac{BD}{CD}=\frac{AB}{AE}=\frac{۱۵}{۶}\rightarrow\boxed{\frac{BD}{CD}=\frac{۵}{۲}}$$

۱۳

$$\frac{AD}{AB}=\frac{۳}{۷}\rightarrow\frac{AD}{AB-AD}=\frac{۳}{۷-۳}\rightarrow\frac{AD}{BD}=\frac{۳}{۴}$$

$$\frac{S_{\overset{\Delta}{ADE}}}{S_{\overset{\Delta}{DEC}}}=\frac{\frac{۱}{۲}AE\cdot DH}{\frac{۱}{۲}EC\cdot DH}\rightarrow\boxed{\frac{S_{\overset{\Delta}{ADE}}}{S_{\overset{\Delta}{DEC}}}=\frac{AE}{EC}=\frac{۳}{۴}}$$

۱۴

$$\left.\begin{array}{l}\frac{AD}{DB}=\frac{۴}{۵}\\ \frac{AE}{EC}=\frac{۶}{۷٫۵}\end{array}\right\}\Rightarrow \frac{AD}{DB}=\frac{AE}{EC}\xrightarrow{\text{عکس تالس}} DE\parallel BC$$

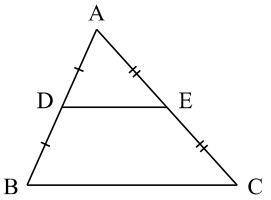
$$DE\parallel BC\Rightarrow DH=DL\Rightarrow S_{\triangle BCD}=S_{\triangle BCE}$$

$$\rightarrow S_{\triangle BDO}+\cancel{S_{\triangle OBC}}=S_{\triangle ECO}+\cancel{S_{\triangle OBC}}\rightarrow S_{\triangle OBD}=S_{\triangle OCE}\rightarrow \boxed{\frac{S_{\triangle OBD}}{S_{\triangle OCE}}=۱}$$

۱۵

فرض:

$$DE=\frac{BC}{۲}\ ,\ DE\parallel BC$$



اثبات:

$$\left.\begin{array}{l}AD=DB\\ AB=AD+DB\end{array}\right\}\rightarrow \frac{AD}{AB}=\frac{۱}{۲}$$

$$\left.\begin{array}{l}AE=EC\\ AC=AE+EC\end{array}\right\}\rightarrow \frac{AE}{AC}=\frac{۱}{۲}$$

$$\rightarrow \frac{AD}{AB}=\frac{AE}{AC}=\frac{۱}{۲}\xrightarrow{\text{عکس قضیه تالس}} DE\parallel BC$$

$$DE\parallel BC\xrightarrow{\text{قضیه تالس}}\frac{AD}{AB}=\frac{AE}{AC}=\frac{DE}{BC}=\frac{۱}{۲}\rightarrow DE=\frac{BC}{۲}$$

فراهوش
INSTAGRAM: FARA
WEB: FARAHOOSH99.IR