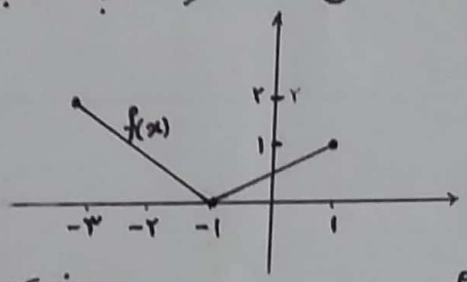
نام و نام خانوادگی:

آزمون نصف اول — ریاضی دوازدهم تجربی — مدت پاسخگویی: ۷۵ دقیقه

۱) توابع $y=(x-۳)^۳+۲$ و $y=x^۳+۶x^۲+۱۲x+۷$ را با کمک انتقال رسم کنید. (۲)

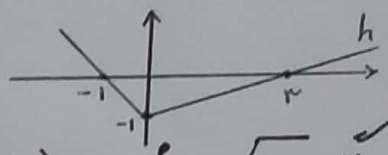
۲) تابع $f(x)=\begin{cases} ۲x-۱ & ,\ x\le -۲ \\ ۳ & ,\ -۲<x\le ۱ \\ -x^۲ & ,\ x>۱ \end{cases}$ را در نظر بگیرید. الف) نمودار تابع را رسم کنید ب) دامنه و برد تابع را بنویسید ج) مشخص کنید تابع در چه بازه هایی صعودی یا نزولی است. (۳)

۳) نمودار تابع $f(x)$ به صورت مقابل است.



نمودار تابع $g(x)=f(-x+۱)-۲$ را رسم کنید. (۲)

۴) فرض کنید $f=\{(۱,-۳),(-۴,-۷),(۳,۰),(۴,-۱)\}$ و $g(x)=۳x-۲$ و نمودار تابع h به صورت زیر است.



مقدار عبارت $A=\dfrac{۵f(۴)+g(f(۱))}{fog(۲)-goh(۳)}$ را بدست آورید. (۲)

۵) اگر $f(x)=\sqrt{x+۲}$ و $g(x)=\dfrac{-۴x+۵}{x-۲}$ باشد دامنه تابع fog و ضابطه آنرا مشخص کنید. (۲)

↓ با استفاده از تعریف

۶) اگر $f(x)=x^۲+۲x$ و $g(x)=x^۲-۱$ باشد، معادله $gof(x)=۸$ را حل کنید. (۲)

۷) نشان دهید دو تابع $f(x)=۳x-۴$ و $g(x)=\dfrac{x+۴}{۳}$ وارون یکدیگرند. (۱,۵)

۸) اگر خط $x=-۱$ محور تقارن تابع با ضابطه $f(x)=mx^۲+(m-۱)x+۱$ باشد نمودار تابع $y=|f(x)|$ را رسم کنید. (۲)

۹) اگر تابع $f(x)=x+۱$ و $(gof)(x)=x^۲+۲x-۸$ باشد ضابطه تابع $g(x)$ را پیدا کنید. (۱,۵)

۱۰) نشان دهید تابع $f(x)=\dfrac{۲x+۱}{x-۵}$ وارون پذیر است، سپس ضابطه $f^{-۱}(x)$ را بدست آورید. (۲)

فراهوش
گروه مشاوره فراهوش
INSTAGRAM : FARA_HOOSH99
WEB : FARAHOOSH99.IR
Scanned by CamScanner

پاسخنامه آزمون فصل اول ریاضی دوازدهم تجربی

۹

$f(x)=x+1$, $gof=x^2+2x-8$, $g(x)=?$

$g(x+1)=x^2+2x-8$

$g(x+1)=x^2+2x+1-9$

$g(x+1)=(x+1)^2-9$

$\Rightarrow g(x)=x^2-9$

۱

$f(x)=x^3$

$y=(x-3)^3+2$

۳ واحد به راست

۲ واحد بالا

$y=x^3+4x^2+12x+7$

$y=x^3+4x^2+12x+8-1$

$y=(x+2)^3-1$

۲ واحد به چپ

۱ واحد پایین

۲

$$f(x)=\begin{cases}2x-1 & x\le -2\\ 3 & -2<x\le 1\\ -x^2 & x>1\end{cases}$$

① تابع خطی

x	-2	-3
$f(x)$	-5	-7

② تابع ثابت

③ تابع درجه ۲

الف)

ب) $D_f=(-\infty,+\infty)$

$R_f=(-\infty,-1)\cup\{3\}$

ج)

صعودی $(-\infty,-2]$

ثابت $(-2,1]$

نزولی $(1,+\infty)$

۳

$f(x)$ و نقاط $A\begin{bmatrix}1\\1\end{bmatrix}$ $B\begin{bmatrix}-1\\0\end{bmatrix}$ $C\begin{bmatrix}-3\\2\end{bmatrix}$

$g(x)=f(-x+1)-2$

① $\begin{bmatrix}0\\1\end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix}-2\\0\end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix}-4\\2\end{bmatrix}$

② $\begin{bmatrix}0\\1\end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix}2\\0\end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix}4\\2\end{bmatrix}$

③ $\begin{bmatrix}0\\-1\end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix}2\\-2\end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix}4\\0\end{bmatrix}$

فراهوش
گروه مشاوره فراهوش
INSTAGRAM : FARA_HOOSH99
WEB : FARAHOOSH99.IR
Scanned by CamScanner

۴

$$A=\frac{\Delta f(f(۴))+g(f(۱))}{fog(۲)-goh(۲)}=\frac{-\Delta+g(-۲)}{f(g(۲))-g(h(۲))}=\frac{-\Delta+g(-۲)}{f(۴)-g(۰)}=\frac{-\Delta+(-۲x_{-۲}-۲)}{-۱-(۲x_{۰}-۲)}=\frac{-۱۲}{۱}=-۱۲$$

(f(۴)=۲(۱)-۲=۴، h(۲)=۰، g(-۲)=-۲x_{-۲}-۲=-۱۱، g(۰)=-۲x_۰-۲=-۲)

۵

$$f(x)=\sqrt{x+۲}\Rightarrow D_f: x+۲\geqslant ۰\Rightarrow x\geqslant -۲$$

$$g(x)=\frac{-۴x+۵}{x-۲}\Rightarrow D_g: x-۲=۰\to x=۲\Rightarrow D_g=\mathbb{R}-\{۲\}\ ;\ x\neq ۲$$

$$D_{fog}=D_{f(g)}=\{x\in D_g \mid g(x)\in D_f\}=\{x\neq ۲\ \wedge\ \frac{-۴x+۵}{x-۲}\geqslant -۲\}$$

① ② ③

$$\frac{-۴x+۵}{x-۲}+۲\geqslant ۰$$

$$\frac{-۴x+۵+۲x-۴}{x-۲}\geqslant ۰$$

$$P:\frac{-۲x+۱}{x-۲}\geqslant ۰$$

$x=\frac{۱}{۲}$ ، $x=۲$

x	$-\infty$	$\frac{۱}{۲}$	۲	$+\infty$
صورت	+	۰	−	−
مخرج	−	−	۰	+
P	−	۰	+	∄

$[\frac{۱}{۲},۲)$

راست: $D_{fog}=①\cap②=[\frac{۱}{۲},۲)$

چپ: $fog=f(g)=\sqrt{\frac{-۴x+۵}{x-۲}+۲}=\sqrt{\frac{-۲x+۱}{x-۲}}$

۶

$$\left.\begin{array}{l}f(x)=x^۲+۲x\\ g(x)=x^۲-۱\end{array}\right\}\to (gof)(x)=g(f(x))=(x^۲+۲x)^۲-۱\Rightarrow (x^۲+۲x)^۲-۱=۸$$

$$(x^۲+۲x)^۲=۹\to \begin{cases}x^۲+۲x=۳\\ x^۲+۲x-۳=۰\end{cases}\to \begin{cases}x=۱\ \checkmark\\ x=-۳\ \checkmark\end{cases}$$

$$x^۲+۲x=-۳$$

$$x^۲+۲x+۳=۰\quad \Delta<۰$$ ریشه ندارد

۷

اگر دو تابع وارون یکدیگر باشند ترکیب آن دو تابع همانی می‌شود یعنی $(fog)(x)=x$ یا برعکس

$$\left.\begin{array}{l}f(x)=۲x-۴\\ g(x)=\frac{x+۴}{۲}\end{array}\right\}\Rightarrow fog(x)=f(g)=۲(\frac{x+۴}{۲})-۴=x+۴-۴=x$$

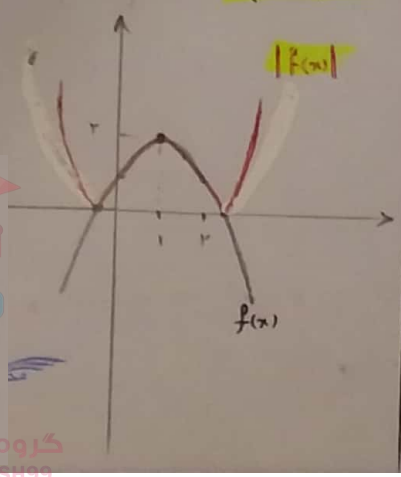
$$gof(x)=g(f(x))=\frac{(۲x-۴)+۴}{۲}=\frac{۲x}{۲}=x$$

۸

$$f(x)=mx^۲+(m-۱)x+۱\quad (\text{درجه }۲)$$

$$\Rightarrow \frac{-b}{۲a}=x\ \text{(طول رأس)}\Rightarrow \frac{-(m-۱)}{۲m}=-۱\Rightarrow -۲m=-m+۱\Rightarrow m=-۱\Rightarrow f(x)=-x^۲-۲x+۱$$

$$f(x)=-(x^۲-۲x+۱)+۲=-(x-۱)^۲+۲$$



۱۰

$$f(x)=\frac{۲x+۱}{۲-x}$$

$$f_۱(x)=f_۲(x)$$

$$\frac{۲x_۱+۱}{۲-x_۱}=\frac{۲x_۲+۱}{۲-x_۲}$$

$$۲x_۱x_۲-۱۰x_۱+x_۲-۵=۲x_۱x_۲-۱۰x_۲+x_۱-۵$$

$$x_۲+۱۰x_۲=x_۱+۱۰x_۱$$

$$۱۱x_۲=۱۱x_۱$$

$x_۱=x_۲$ ← تابع یک به یک است ← وارون پذیر است

$y=\frac{۲x+۱}{۲-x}$ ← جای x و y را عوض می‌کنیم

$$x=\frac{۲y+۱}{۲-y}$$

$$۲y-xy=۲x+۱$$

$$xy-۲y=۲x-۱$$

$$y(x-۲)=۲x+۱$$

$$y=\frac{۲x+۱}{x-۲}$$

$$f^{-۱}(x)=\frac{۲x+۱}{x-۲}$$

فراهوش
گروه مشاوره فراهوش
INSTAGRAM : FARA_HOOSH99
WEB : FARAHOOSH99.IR
Scanned by CamScanner