

۱) تابع $f(x) = x - 2\sqrt{x}$ درجه بازه‌ای آید صوری درجه بازه‌ای آید تری است ؟

۲) نقاط بحرانی توابع زیر را بدست آورید :

الف) $f(x) = \sqrt{-x^2 + 4x}$

ب) $f(x) = x^3 - 3x$

پ) $f(x) = \sqrt[3]{3x^2 - 1}$



۳) اگر نقطه $(-1, a)$ آکترمی نبی تابع $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + 1$ باشد مقادیر a و b

را بدست آورید.

۴) به کمک رسم نمودار، آکترمی درونی توابع زیر را مشخص کنید.

الف)
$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 2x + 1 & x \geq 0 \\ x + 4 & x < 0 \end{cases}$$

ب) $f(x) = \frac{1}{x}$

۵) آکترمی در مطلق تابع $f(x) = x^4 - 2x^2 + 1$ را در بازه $[-2, 1]$ مشخص کنید.

۶) \min و \max مطلق تابع $f(x) = x + \frac{4}{x}$ را در بازه $[-3, -1]$ تعیین کنید.



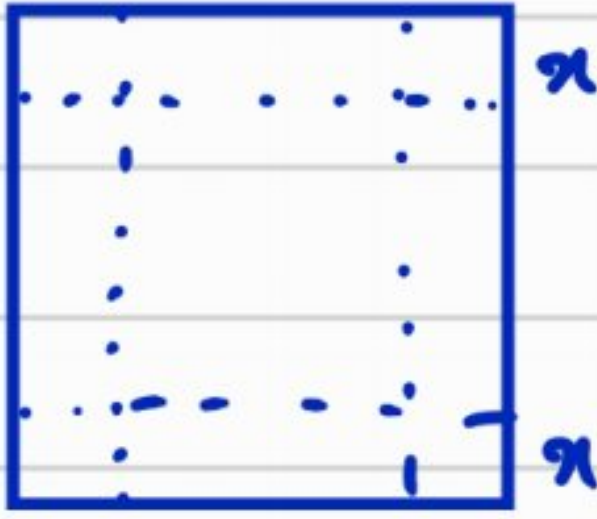
(۷) بارم خودار تابع $f(n) = \begin{cases} n^2 - 2n & 0 \leq n \leq 3 \\ 2n - 3 & -2 \leq n < 0 \end{cases}$ مقدار اکثرم مطلق تابع را در صورت وجود بدست آورید.

(۸) از بین تمام مستطیل های با محیط ۱۸ سانتی متر، مستطیل با سبب ترین مقدار مساحت را مشخص کنید.

(۹) اگر x و y دو عدد حقیقی و $3x - 4y = 12$ باشد x و y را طوری بیابید که y کمترین مقدار را داشته باشد.

(۱۰) ورق فلزی مربع شکل با طول ضلع ۲۰ سانتی متر را در نظر بگیرید مطابق شکل می خواهم از چهار گوشه آن مربع را کوی به ضلع x برش زنم و آن را کنار بگذارم و یک جعبه در برابرم مقدار x حقیقی باشد تا حجم جعبه حداکثر شود؟

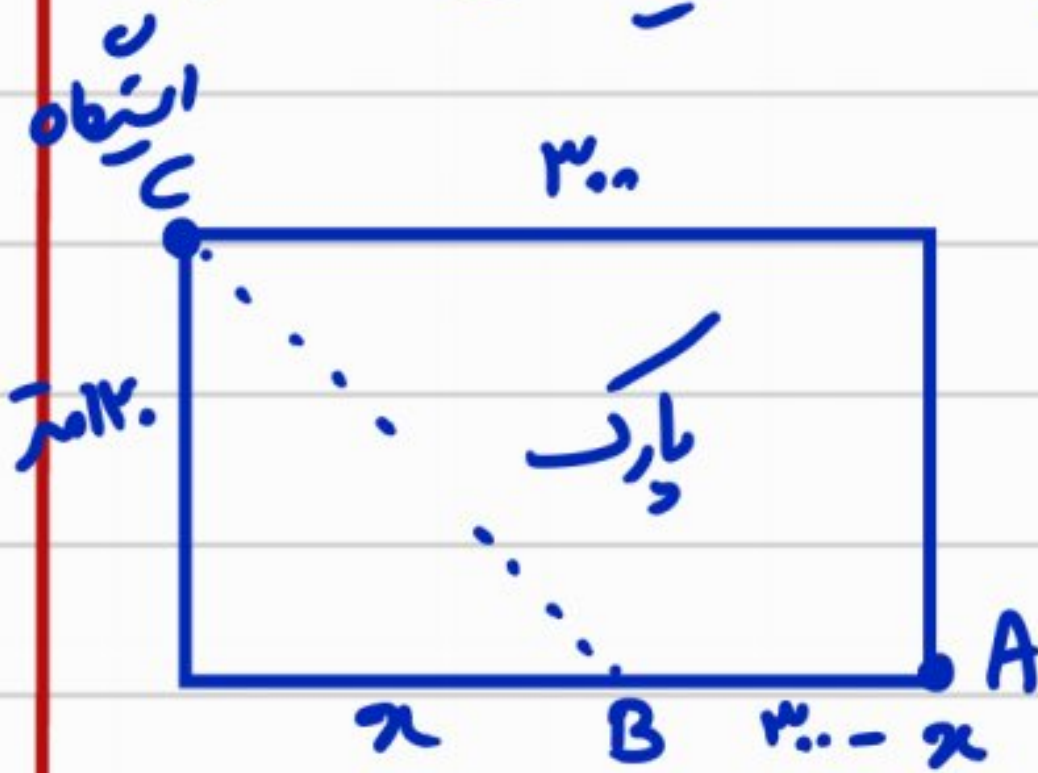




۱۱) در شکل مقابل شخصی در نقطه A قرار دارد او می خواهد به ایستگاه اتوبوس برسد این شخص

می تواند با سرعت ۴ متر بر ثانیه از نقطه A به سمت غرب برود و همچنین می تواند از درون پارک

و با سرعت ۲ متر بر ثانیه عبور کند مقدار x کدام باشد تا این شخص بدترین زمان ممکن به



ایستگاه برسد.



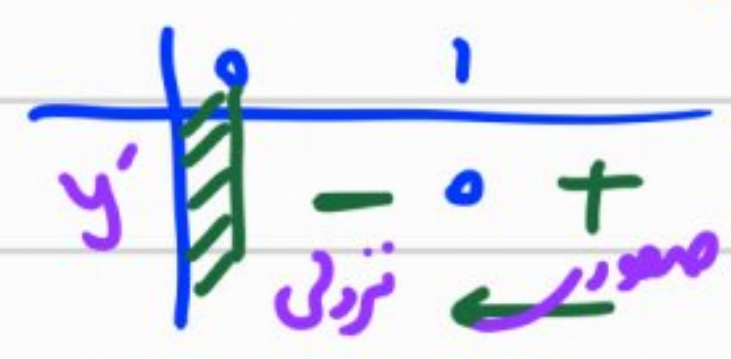
بازار و یاد خدا

مدرس: نسیمیه دهنوی

کاربرد مشتق

تابع $f(x) = x - 2\sqrt{x}$ درجه بازه‌های ابتدا صعودی و درجه بازه‌های ابتدا نزولی است.
 برای $x > 0$ و $x < 0$ (ا.د.ا)

برای $x = 1$
 $f'(x) = 1 - \frac{1}{\sqrt{x}} = 1 - \frac{1}{\sqrt{1}} = 1 - 1 = 0$
 $\sqrt{x} = 1 \rightarrow x = 1$
 مشتق نزولی هم برای $x = 0$



نقاط بحرانی توابع زیرا بدست آورید:

نقاط مشتق ناخوبی در بازار زیر و اوج
 درجه مار مشتق
 درجه مار زیاد و کم
 خروج کرد
 سه دته بازه بهره بسته توان

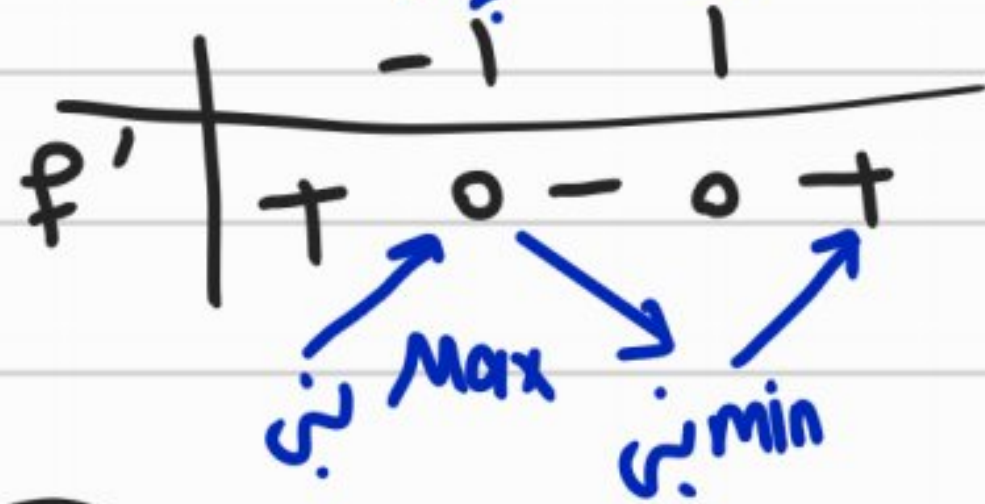
$-x^2 + 4x \geq 0$

$f(x) = \sqrt{-x^2 + 4x}$ (الف)
 $D_f: [0, 4]$
 برای $x_1 = 0$ و $x_2 = 4$

$f'(x) = \frac{-2x + 4}{2\sqrt{-x^2 + 4x}} = 0 \rightarrow -2x + 4 = 0 \rightarrow x = 2$

ب) $f(x) = x^3 - 3x$

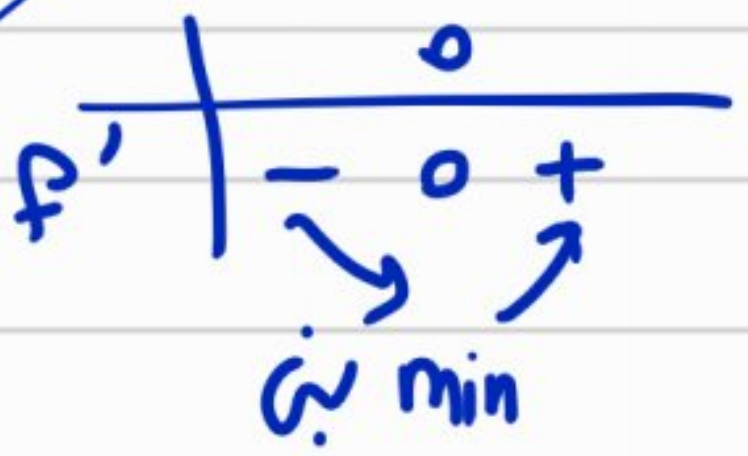
$f'(x) = 3x^2 - 3 = 0 \rightarrow x^2 = 1 \rightarrow x = \pm 1$



ج) $f(x) = \sqrt{3x^2 - 1}$

$3x^2 = 1 \rightarrow x^2 = \frac{1}{3} \rightarrow x = \pm \frac{1}{\sqrt{3}}$
 مشتق ناخوبی

$f'(x) = \frac{1}{3\sqrt{3x^2 - 1}} \times 6x = 0 \rightarrow 6x = 0 \rightarrow x = 0$
 انترمینی
 است مشتق



۳) اگر نقطه $(-1, 2)$ از $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + 1$ تابع باشد مقادیر a و b را بدست آورید.

رایدیت آوردید:

$$f'(x) = 3x^2 + 2ax + b \rightarrow f'(-1) = 3 + 2a(-1) + b = 0 \rightarrow -2a + b = -3$$

$$f(-1) = 0 \rightarrow (-1)^3 + a(-1)^2 + b(-1) + 1 = 2 \rightarrow -1 + a - b + 1 = 2 \rightarrow a - b = 2$$

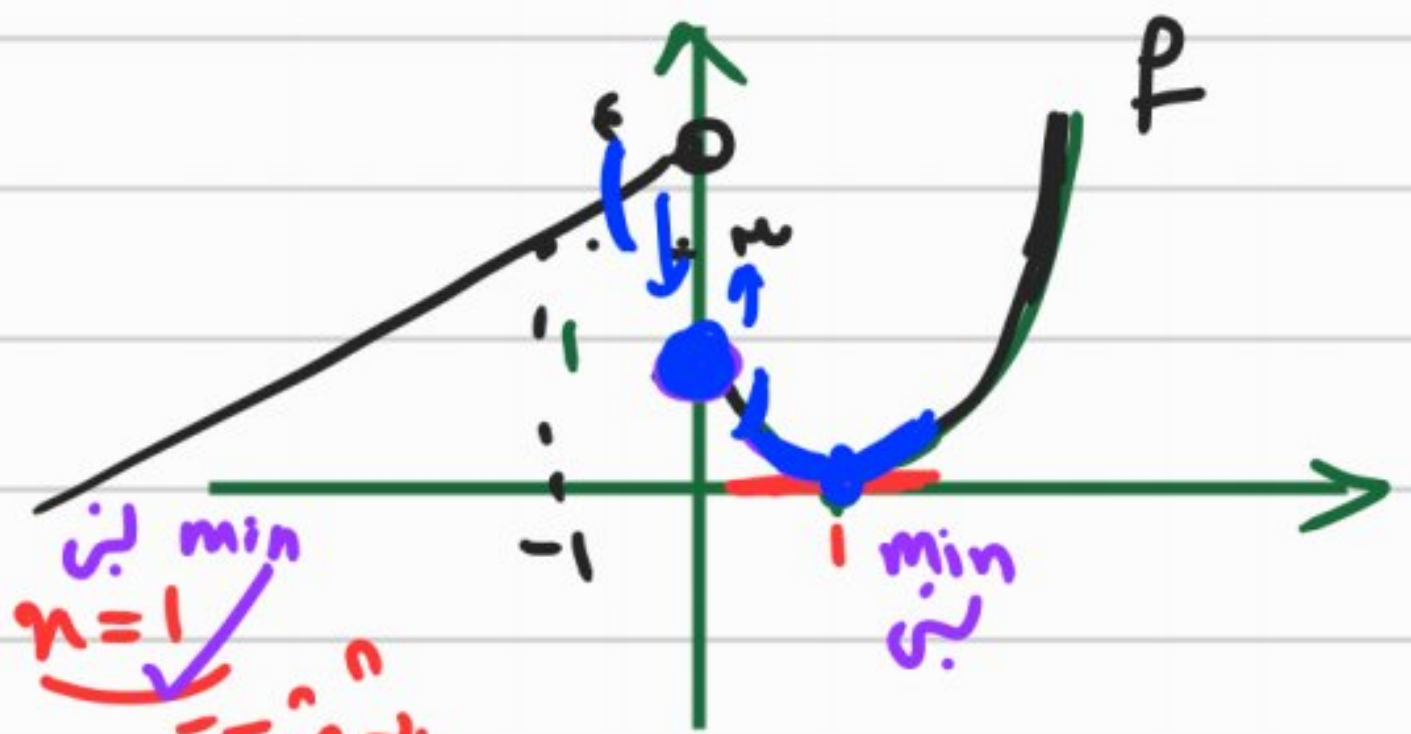
$$\begin{cases} -2a + b = -3 \\ a - b = 2 \end{cases}$$

$$-a = -1 \rightarrow a = 1$$

$$a - b = 2 \rightarrow 1 - b = 2 \rightarrow -b = 1 \rightarrow b = -1$$

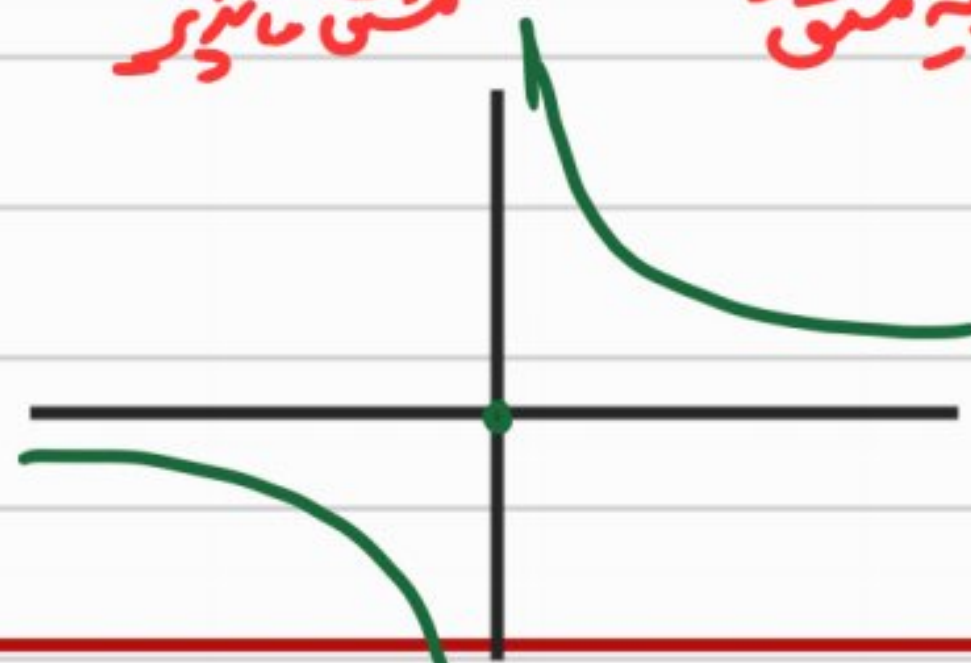
۴) به کمک رسم نمودار، اترم های رینی توابع زیر را مشخص کنید.

الف) $f(x) = \begin{cases} x^2 - 2x + 1 & x \geq 0 \\ x + 2 & x < 0 \end{cases}$



رایدیت آوردید: $x=1$ و $x=0$ است. جوابی

ب) $f(x) = \frac{1}{x}$



جوابی $x=0$ است. جوابی

۵) اترم های مطلق تابع $f(x) = x^4 - 2x^2 + 1$ را در بازه $[-2, 2]$ مشخص کنید.

$$f'(x) = 4x^3 - 4x = 0 \rightarrow x=0 \rightarrow f(0) = 1$$

$$f''(x) = 12x^2 - 4 = 0 \rightarrow x = \pm 1 \rightarrow f(1) = 0, f(-1) = 0$$

$$f(-2) = 16 - 8 + 1 = 9 \text{ Max}$$

۱) نقاط بحرانی
۲) سر و ته بازه
۳) مقدار تابع در اوج و درانی
۴) f را رسم کنید

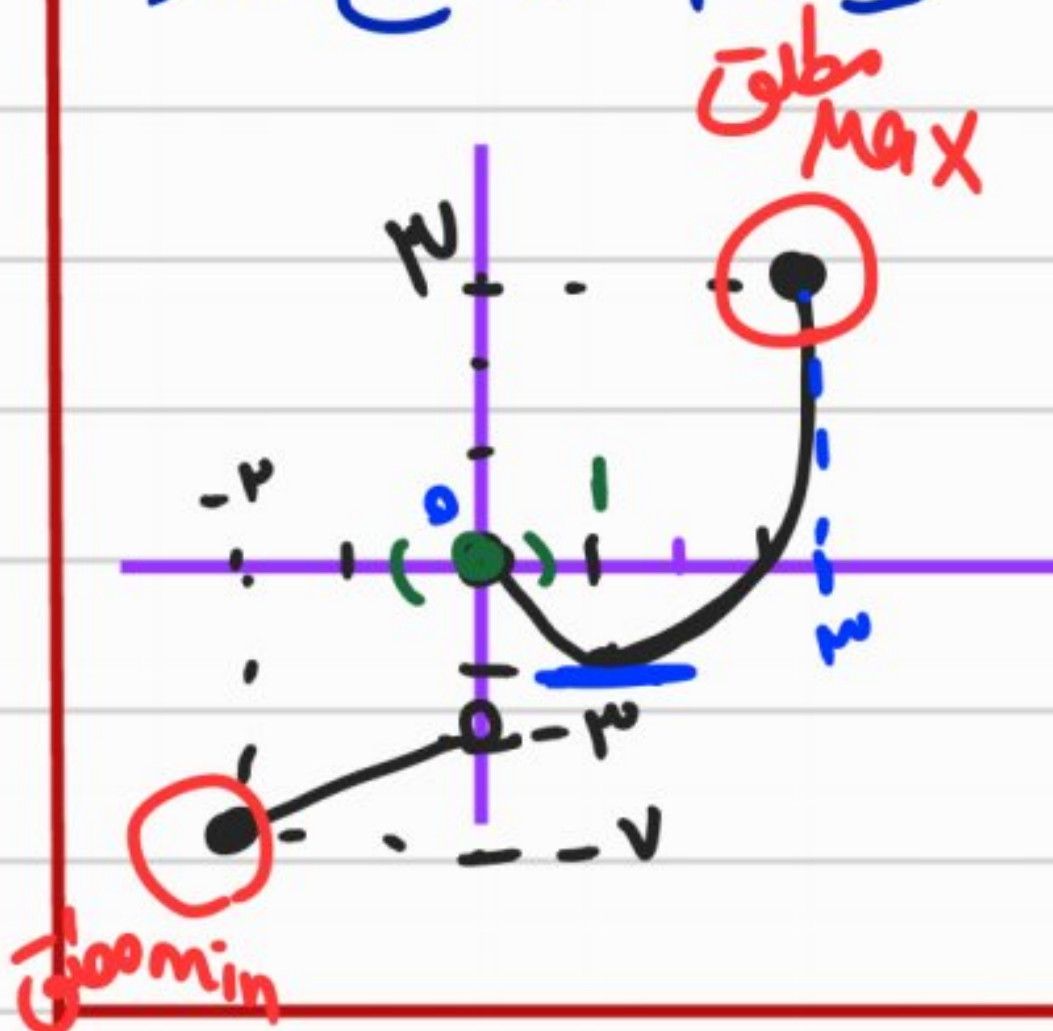
۶) نقاط Max و min مطلق تابع $f(x) = x + \frac{4}{x}$ را در بازه $[-3, -1]$ تعیین کنید.

$$f'(x) = 1 - \frac{4}{x^2} = 0 \rightarrow \frac{4}{x^2} = 1 \rightarrow x^2 = 4 \rightarrow x = \pm 2$$

$$f(-3) = -3 - \frac{4}{3} = -\frac{13}{3} \approx -4.33 \quad f(2) = 2 + 2 = 4 \text{ Max}$$

$$f(-1) = -1 - 4 = -5 \text{ Min} \quad f(-2) = -2 - 2 = -4$$

(۷) بارم خود را تابع $f(n) = \begin{cases} +n^2 - 2n & 0 \leq n \leq 3 \\ 2n - 3 & -2 \leq n < 0 \end{cases}$ مقدار اکترم مطلق تابع را در صورت وجود بدست آورید.



مقدار مطلق: $3, -2$ مطلق: $3, -7$
 Ext V: $1, -2, 3$ و 0 جری
 Ext V: $1, -2, 3$ و 0 جری
 Min: -2

(۸) از بین تمام مستطیل‌های با محیط ۱۸ سانتی‌متر، مستطیل با بیشترین مقدار مساحت را مشخص کنید.

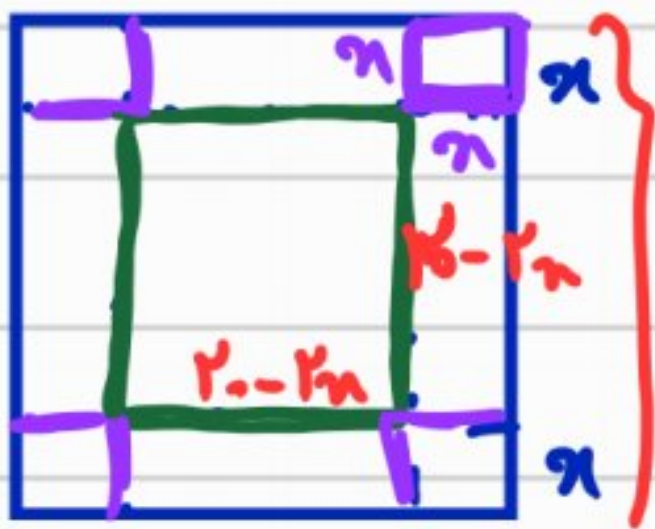
محیط: $2(n+y) = 18$
 مساحت: $S = n \times y$
 $S = n \times (9-n) = -n^2 + 9n \Rightarrow S\left(\frac{9}{2}\right) = -\frac{81}{4} + \frac{81}{2} = \frac{81}{4}$
 $S'(n) = -2n + 9 = 0 \Rightarrow -2n = -9 \Rightarrow n = \frac{9}{2}$
 $y = 9 - n = \frac{9}{2}$

(۹) اگر n و y دو عدد حقیقی و $3x - 4y = 12$ باشد، n را طوری بیابید که xy کمترین مقدار را داشته باشد.

$S(n) = n \times y$
 $-4y = -3n + 12 \Rightarrow y = \frac{3}{4}n - 3$
 $S(n) = n \left(\frac{3}{4}n - 3\right) = \frac{3}{4}n^2 - 3n$
 $S'(n) = \frac{3}{2}n - 3 = 0 \Rightarrow \frac{3}{2}n = 3 \Rightarrow n = 2$
 $y = \frac{3}{4}(2) - 3 = -\frac{3}{2}$

(۱۰) ورق فلزی مربع شکل، طول ضلع ۲۰ سانتی‌متر را در نظر بگیرید. مطابق شکل می‌خواهیم از چهار گوشه آن مربع‌های کوچکتری به ضلع x برش بزنیم و آن‌ها را کنار بگذاریم و یک جعبه در برابریم.

مقدار x چه‌قدر باشد تا حجم جعبه حداکثر شود؟
 $V(n) = S_{\text{مقدار}} \times h$
 $V(n) = (20 - 2x)^2 \times x \rightarrow V(n) = (400 - 160x + 4x^2) \times x$
 $V(n) = 400x - 160x^2 + 4x^3$



$$V'(x) = f_0 - 14x + 12x^2 = 0$$

$$12x^2 - 14x + 10 = 0$$

$$\Delta = 14^2 - 4(12)(10) = 14^2 - 480 = 196 - 480 = -284$$

min

$$x = \frac{14 \pm \sqrt{14^2 - 480}}{2 \times 12}$$

$$x = \frac{14 \pm \sqrt{-284}}{24}$$

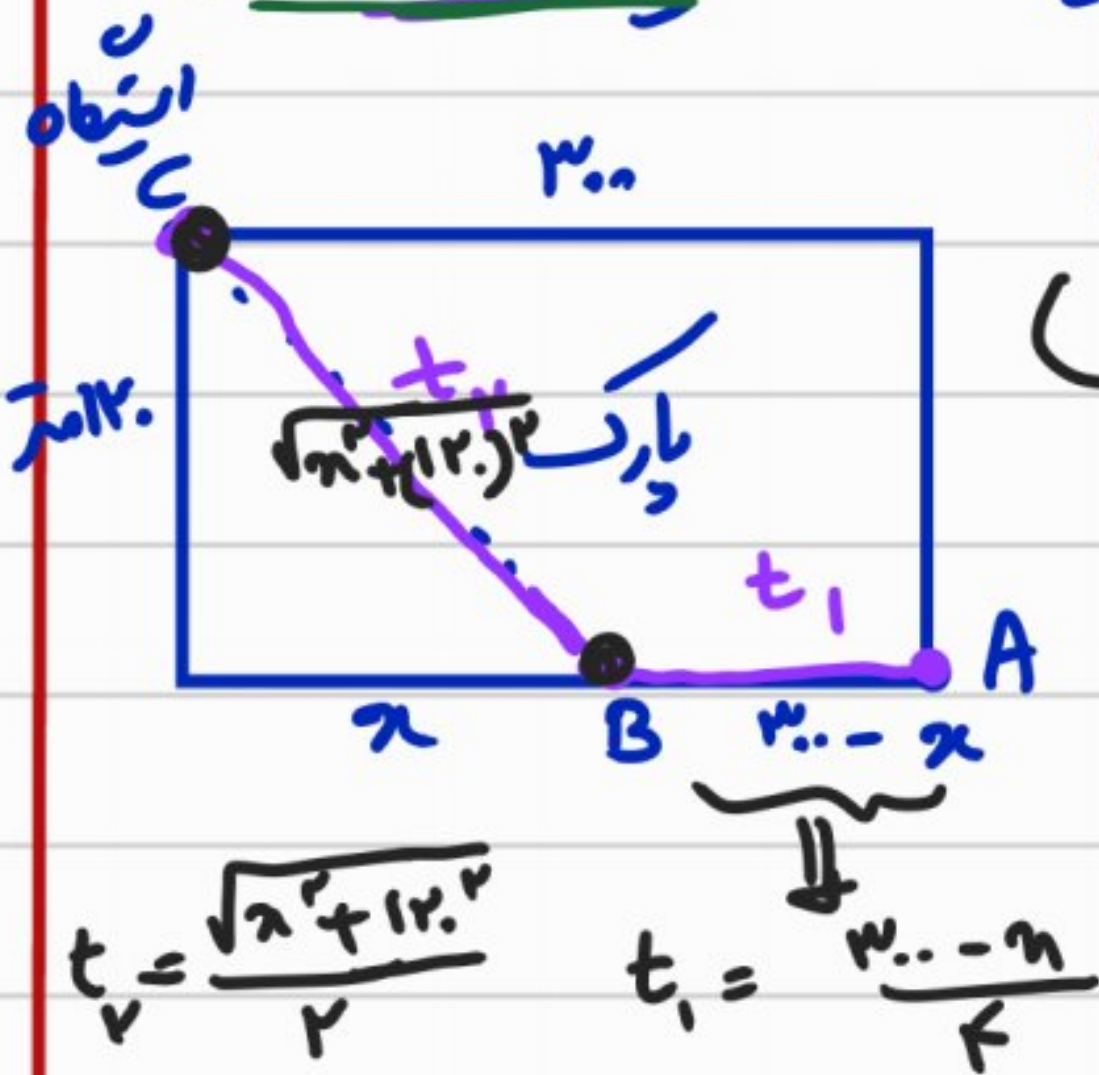
11) در شکل مقابل شخصی در نقطه A قرار دارد او می خواهد به ایستگاه اتوبوس برسد این شخص

می تواند با سرعت 4 متر بر ثانیه از نقطه A به سمت غرب برود و همچنین می تواند از درون پارک

و با سرعت 2 متر بر ثانیه عبور کند مقدار x کدام باشد تا این شخص کمترین زمان ممکن به

ایستگاه برسد.

$$x = v \cdot t \rightarrow t = \frac{x}{v}$$



$$f(t) = t_1 + t_2$$

$$f(x) = \frac{14 - x}{2} + \frac{\sqrt{x^2 + 12^2}}{4}$$

$$f'(x) = -\frac{1}{2} + \frac{1}{4\sqrt{x^2 + 12^2}} \cdot 2x = 0$$

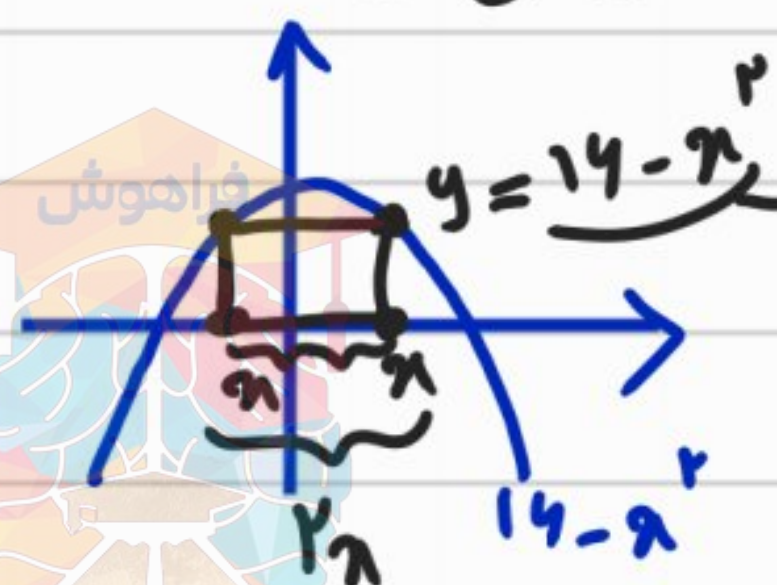
$$\frac{x}{2\sqrt{x^2 + 12^2}} = \frac{1}{4}$$

$$(2x)^2 = (\sqrt{x^2 + 12^2})^2$$

$$\Rightarrow 4x^2 = x^2 + 12^2 \rightarrow 3x^2 = 12^2 \Rightarrow \sqrt{x^2} = \sqrt{\frac{12^2}{3}}$$

$$x = \frac{12}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{12\sqrt{3}}{3} = 4\sqrt{3}$$

13) شخصی در راس y مطابق شکل کمانه است (مانند نمودار) می خواهد به ایستگاه اتوبوس برسد.



$$S(x) = x \times y$$

$$S(x) = x(14 - x^2) = -x^3 + 14x$$

$$S'(x) = -3x^2 + 14 = 0 \rightarrow x^2 = \frac{14}{3} \rightarrow x = \sqrt{\frac{14}{3}}$$

$$S\left(\frac{4}{\sqrt{3}}\right) = -\left(\frac{4}{\sqrt{3}}\right)^3 + 14 \times \left(\frac{4}{\sqrt{3}}\right) = -\frac{64}{3\sqrt{3}} + \frac{56 \times \sqrt{3}}{3}$$

$$S\left(\frac{4}{\sqrt{3}}\right) = \frac{-64 + 3 \times 56 \times 3}{3\sqrt{3}} = \frac{2 \times 64}{3\sqrt{3}} = \frac{128}{3\sqrt{3}}$$